

How to Use a Noise Figure Meter

Rainer Bertelsmeier, DJ9BV

Abstract:

The Noise Figure Measurement System, which has been described in DUBUS 2&3/90, can be used with its ultimate performance only with the companion measurement techniques. Besides giving instructions how to configure the measurement setups and to handle the PANFI, some typical sources of error are given. Also a treatment is given how to avoid the GAIN ERROR, which plagues even most expensive commercial equipment in the case of measurement of non-impedance matched GaAs-FET-Preamplifiers. Its magnitude can easily reach ± 0.5 dB. This type of error, which most often occurs when measuring those devices and is least understood even by many professional users of PANFI's, but can be prevented by choice of the appropriate noise source.

Kurzfassung:

Das Rauschzahl-Meßgerät, was in den letzten Heften der DUBUS (Heft 2&3/90) beschrieben worden ist, wird nur bei sachgemäßer Anwendung die erforderliche bzw. gewünschte Genauigkeit der Rauschzahl-Messungen liefern. Im folgenden wird eine kurze Bedienungsanleitung zum richtigen Messen von Rauschzahlen mit diesem Gerät angegeben. Weiterhin werden typische Fehlerquellen beschrieben und die Techniken zu ihrer Vermeidung erläutert. Zum Schluß folgt eine Darstellung über die Ursachen eines speziellen Meßfehlers, der nur im Zusammenhang mit der Messung von nicht-angepassten Verstärkern (z.B. GaAs-FET-Verstärkern im Bereich von 0,1 - 10 GHz) auftritt. Dieser sogenannte 'Gain-Error' ist der am häufigsten auftretende Fehler bei solchen Messungen und wird leider auch am wenigsten verstanden. Selbst professionelle Benutzer unterschätzen häufig diesen Fehler, der leicht eine Größe von $\pm 0,5$ dB erreichen kann. Es wird weiterhin aufgezeigt, wie dieser Meßfehler vermieden werden kann.

1. Measurement Techniques

1.1 General

The instrument has only a few controls. There is the MODE-Switch, which you can select between CAL- and AUTO-Mode. The CAL-Mode has to be selected for calibrating the instrument to the ENR, which is listed on the noise source for a certain frequency, on which you want to measure the noise figure. Before the calibration you have to choose the ENR-Range with the ENR-Switch. In its LO-Position (nominal value 5.2 dB) you can calibrate the low ENR noise source like the HP346A or the homebrew source with the BAT-31 and a 30 dB attenuator in front. In its HI-Position (nominal value 15.2 dB) you can calibrate high ENR-noise sources like the HP346B, AIL 7615, AIL 7616 or the homebrew source with BAT-31 and 20 dB attenuator in front. But the use of high ENR noise sources is not recommended because of the large gain error they will produce during measurement. After having calibrated the ENR onto the PANFI measurement mode is simply selected by switching from CAL to AUTO mode.

Two LED's (AGC-LOCK = Green and OVERLOAD = Red) indicate the window of appropriate input level. When leaving this window the user has to adjust the system gain accordingly. It has to be increased for the NOT AGC-LOCK condition, i.e. both LED's do not lit. In the OVERLOAD-condition (Red LED

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

is lit) system gain has to be decreased.

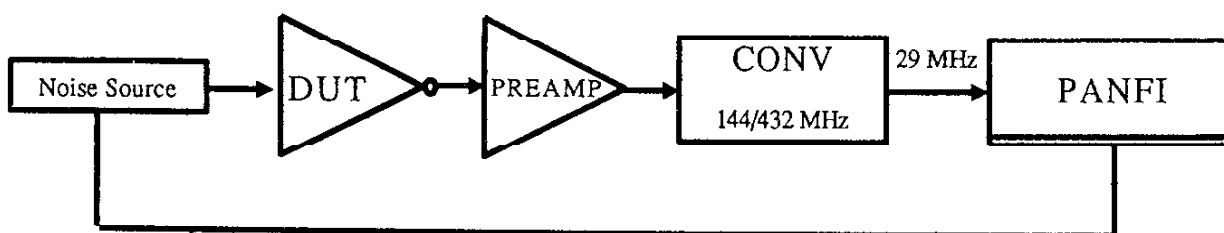
If the user obeys the simple rules above, he can perform perfect noise figure measurements.

1.2 Measurement on 144 @ 432 MHz

1.2.1 Setup

The set-up used on the lower microwave bands is made up from a frequency converter from 144 or 432

Figure 1/Bild 1: Measurement Setup for 144 & 432

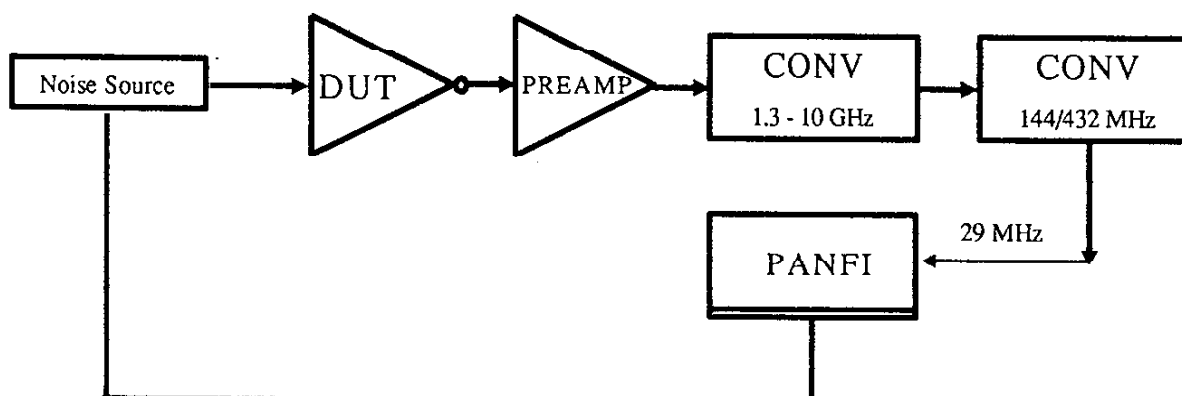


to 29 MHz and one preamp before. Total gain is 40 dB. The converter should have no spurious frequencies in its output spectrum (25 -35 MHz). gain should be about 20 dB. The preamp should be absolute stable ($|S_{11}|$ and $|S_{22}| < 1$ and $K > 1$). The gain should be at least 18 dB. The noise figure should be as low as possible, i.e. lower than 1 dB. If these requirements are satisfied, the second stage correction for the noise figure measured for the DUT (Device Under Test) will be less than 0.01 dB for total NF of 0.5 dB (See equation for second stage correction below!). Figure 1 shows the setup.

1.2.2 Measurement Procedure

The DUT - the preamp to be measured - is inserted between the noise source and the setup. Switch PANFI to CAL-Mode. Green AGC-LOCK LED should lit. If red OVERLOAD LED lits, the system gain is too high. Gain should be reduced by inserting attenuator between converter and 29 MHz input of PANFI. If neither AGC-LOCK nor OVERLOAD LED's lit, the DUT may be faulty or have very low gain. This condition is not suited for a valid measurement. After having established the correct input level, the ENR-

Figure 2/Bild 2: Measurement Setup for 1296 and up



Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

Level of the noise source can be adjusted with the calibration helipot. Switch to HI-ENR for a 15 dB source and to LO-ENR for 3 - 6 dB source. If you use the source published is a LO-ENR source. Turn the helipot until meter indicates the ENR-level indicated on the source for that frequency. Then switch to AUTO-Mode and read noise figure from instrument.

1.3 Measurements on higher Microwave Bands

1.3.1 Setup

The setup on higher microwave bands consists of a chain of converters down to 29 MHz and a low noise preamp (Figure 2). Be careful for the total gain including the DUT. If it's too high insert PAD's between the converters (3 dB) and in front of the PANFI. Otherwise see remarks above.

1.3.2 Measurement Procedure

See procedure described above.

1. Meßtechnik

1.1. Grundlagen

Das Meßgerät hat nur wenige Bedienungselemente. Es gibt nur den Ein/Aus-Schalter, den MODE-Schalter mit den Stellungen CAL und AUTO und den ENR-Schalter. Dazu kommen noch die getrennten 10-Gang-Potentiometer für die niedrige ENR (LO oder 5,2 dB) bzw. die hohe ENR (HI oder 15,2 dB). Bevor man auf einer Frequenz messen kann, muß mit dem MODE-Schalter der PANFI in die Betriebsart CAL (=Eichen) gebracht werden. Weiterhin muß der ENR-Bereich durch den ENR-Schalter vorgewählt werden. Die niedrige ENR (LO) nimmt man für Quellen wie die HP346A oder die Eigenbau-Quelle mit der BAT-31 und vorgeschaltetem 30 dB Dämpfungsglied. Die hohe ENR (HI oder 15,2 dB) nimmt man für Quellen wie die HP346B, AIL 7615, AIL 7616 oder die Eigenbau-Quelle mit vorgeschaltetem 20 dB Dämpfungsglied. Allerdings wird von der Verwendung der HI-ENR-Quellen (13 - 16 dB ENR) dringend abgeraten, da sie bei der Messung einen großen Meßfehler erzeugen, der "GAIN-ERROR" heißt und im folgenden noch näher beleuchtet wird. Man kann allerdings selbst durch Vorschalten eines 10 dB Dämpfungsgliedes aus einer HI-ENR eine LO-ENR Quelle machen. Die Eichung wird durch Einstellung der ENR mit dem entsprechendem Potentiometer vorgenommen. Die Skalen für ENR und NF haben die gleiche Einteilung, nur andere Anfangswerte. Daher kann man die Zehntel auf der NF-Skala ablesen.

Die zulässige Eingangsleistung auf 29 MHz wird über einen Fensterdiskriminator überwacht und durch 2 LED's angezeigt. Bei richtigem Pegel, d.h. richtiger Verstärkung im Meßaufbau muß die grüne LED (AGC-LOCK) leuchten. Leuchtet die rote OVERLOAD-LED, muß die Verstärkung vor dem PANFI reduziert werden, bis man wieder im grünen Bereich ist. Leuchtet keine LED, muß man mehr Verstärkung einfügen, bis man im grünen Bereich ist. Das ist alles!

1.2 Messungen auf 144 @ 432 MHz

1.2.1 Meßaufbau

Der Meßaufbau besteht aus einem Konverter, der auf 29 MHz umsetzt (Bild 1) und davor einem Vorverstärker, der dem Meßobjekt (DUT) eine niedrige Systemrauschzahl anbietet. Die Gesamtverstärkung ist dann ca. 40 dB. Der Konverter darf keine Nebenwellen in ZF-Ausgang (25 - 35 MHz) haben, da sonst die Messungen empfindlich verfälscht werden. Der Vorverstärker muß absolut stabil sein ($|S_{11}| < 1$, $|S_{22}| < 1$ und $K > 1$). Die üblichen in DL käuflichen Vorverstärker sind allerdings bis auf eine Ausnahme instabil. Von ihrer Verwendung wird abgeraten, da sie unnötig Probleme im Meßaufbau verursachen. Man kann die ungeeigneten leicht identifizieren, indem man zwei von ihnen hintereinander schaltet und dann sowohl den Eingang des ersten als auch den Ausgang des zweiten offenläßt. Schwingt die

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by D.I9BV

Anordnung - das kann man z.B. an einer Änderung der Stromaufnahme sehen - , sind die Verstärker ungeeignet. Bild 1 zeigt den Aufbau. Wenn der Meßaufbau ohne DUT eine Rauschzahl von weniger als 1 dB hat, braucht man keine Korrektur für die Messung zu rechnen, da der Fehler bei 20 dB Verstärkung vom DUT kleiner als 0,01 dB bei einer gemessenen Rauschzahl von 0,5 dB ist. Für andere Fälle kann man in Anhang A die Korrekturformel finden.

1.2.2 Meßprozedur

Das zu messende Objekt - auch DUT genannt von Device Under Test (= Gerät im Test) - wird zwischen Rauschquelle und dem Meßaufbau geschaltet. Man schaltet den PANFI in CAL-Modus, beachtet dabei, ob die grüne LED leuchtet, und schiebt die ENR mit dem entsprechenden Klippot. Dann schaltet man auf AUTO und liest die Rauschzahl ab.

1.3 Messungen auf den Mikrowellenbändern

1.3.1 Meßaufbau

Der Meßaufbau auf den höheren Bändern besteht aus einer Kette von zwei Konvertern, wobei der letzte meistens ein 144/28 MHz Konverter ist. Falls der Gewinn zu hoch wird, kann man kleine 3 dB Abschwächer zwischen die Konverter schalten. Alles andere wie oben.

1.3.2 Meßprozedur

Siehe oben.

2. Measurement Errors

2.1 Classical error sources for automatic noise figure measurements

The noise figure meter, which has been described before, utilizes a switchable noise source and a PANFI (Precision Automatic Noise Figure Indicator), which measures the ratio of noise powers delivered by the DUT (Device under test) to the indicator. Appendix A displays the equations for the mathematically minded people.

Before switching to the analysis of a subtle source of measurement error, which is typical for an amateur environment, we should remember the "classical" sources of error, which had been subject of HP-application note [AN57-1] or some amateur literature:

1. Spurious signals

Bad setups are sensitive to external and internal signals, which fall into the bandwidth of the DUT or the PANFI. Spurious signals produce erroneous values for the observed Y-factor. Cures are:

- Shielding
- Careful selection of mixing scheme
- Image Rejection should be better than 30 dB for a valid SSB-measurement

2.Noise contribution of second stage

Subsequent stages add to noise figure. This influence can be corrected by calculation. The equation can be found in Appendix A, equation [A7].

The correction is dependent on gain of first stage and noise figure of second stage. With gain levels

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

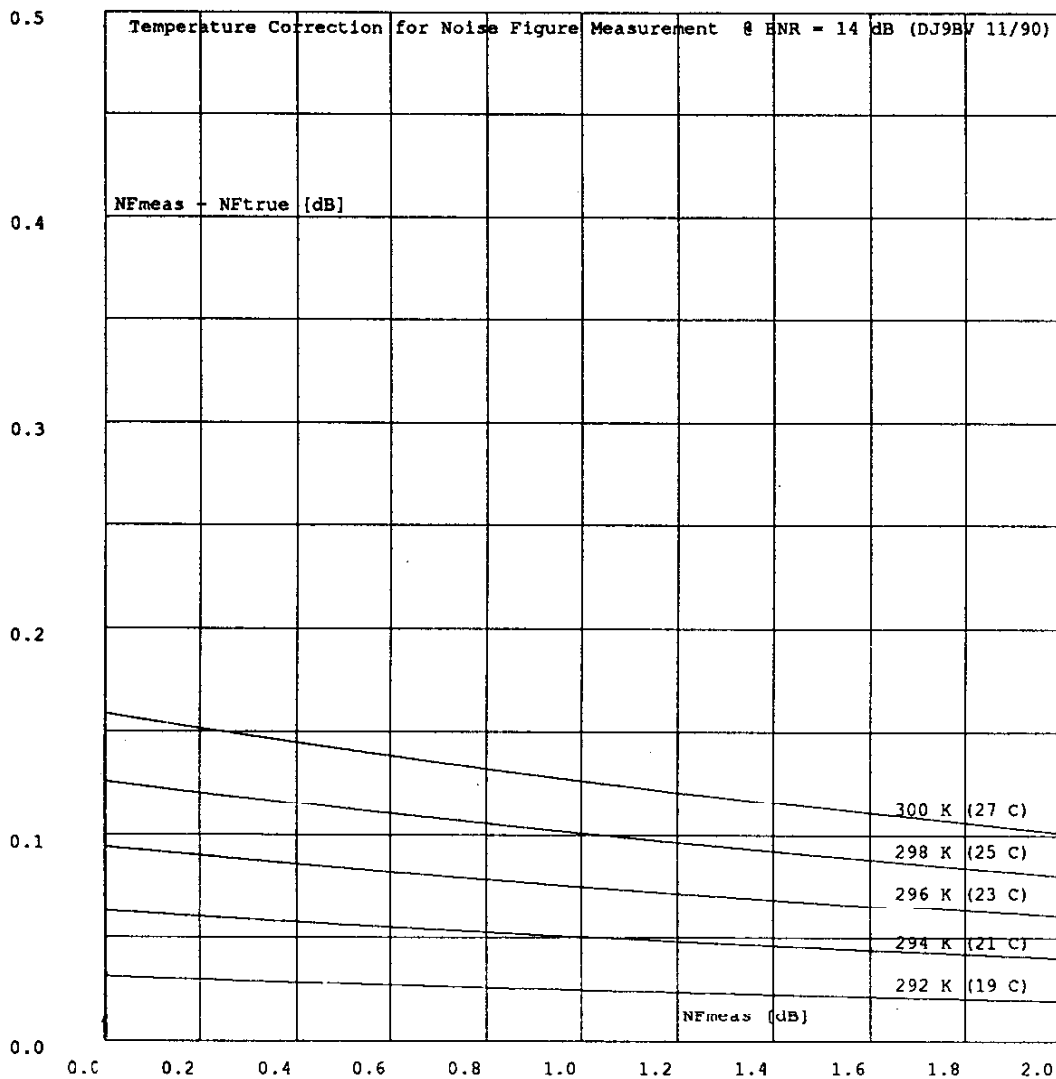
of 20 dB and second stage noise figures lower than 1 dB the correction is less than 0.01 dB and should be neglected, because it's lower than the PANFI-accuracy. Anyway one should plan the measurement setup for minimum noise figure, for example by using the same type amplifier as the DUT as second stage. Then there is no need for bothering about this correction.

3. Temperature error

Deviations from the standard temperature have a influence on the indicated noise figure according to equation [A4] in Appendix A and must be corrected. The equation, which directly describes the temperature correction in dependancy of measured NF and ENR-value, is given by equation [A6] in Appendix A.

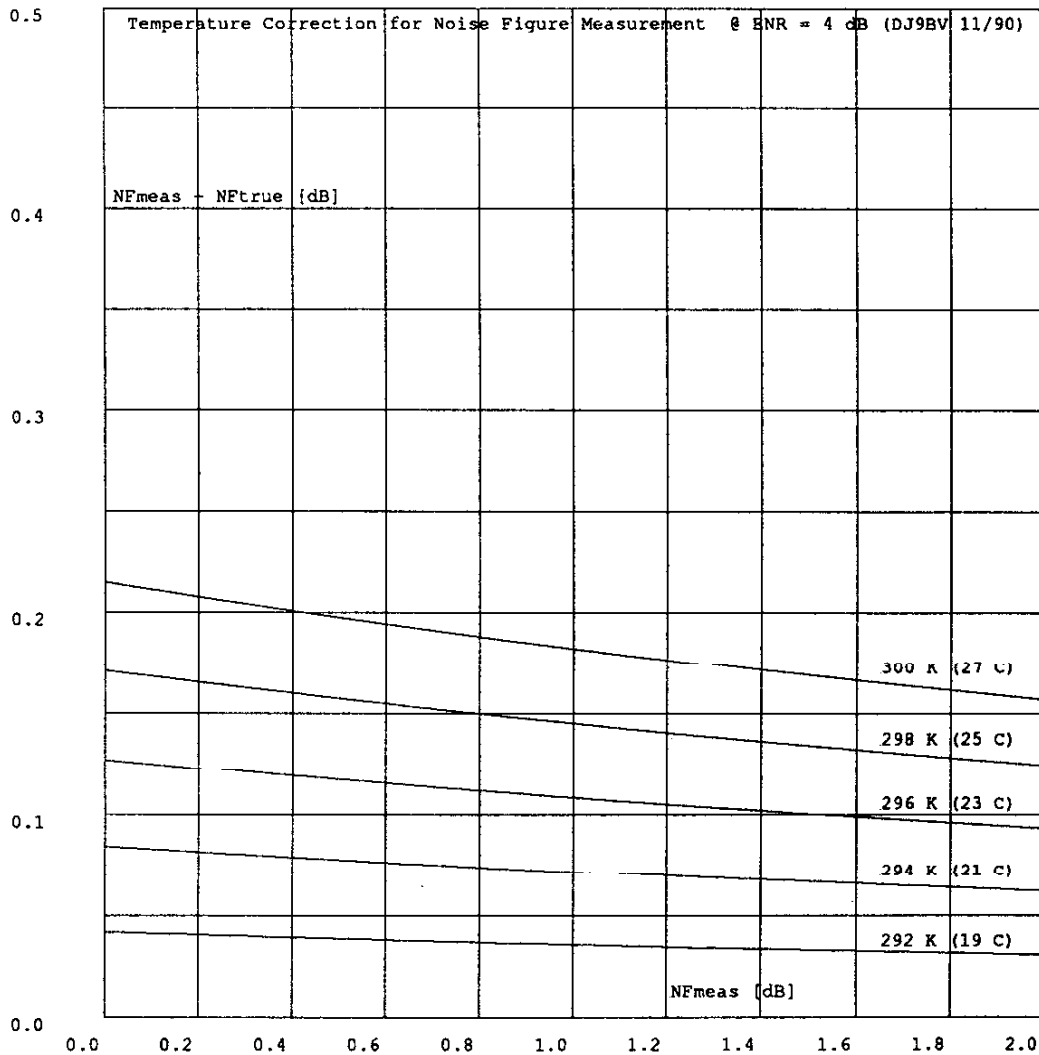
To help the practical people this equation is displayed in graphical form for two ENR's, i.e. 14 dB and 4 dB (See figure 2 and 3). Looking at these graphs one will recognize that the temperature influence has a considerable influence on the indicated value and cannot be neglected. The noise figure is referenced to 290 K. Therefore any ambient temperature different from 290 K leads to a different value for F according to equation [A4]. Higher temperature than 17 °C will always lead to high measurements. Anyway one should control the ambient temperature to have always the same

Figure 3/Bild 3: Temperature Correction for 14 dB ENR/Korrektur für Temperatur



Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BY

Figure 4/Bild 4: Temperature Correction @ 4 dB ENR/Korrektur für Umgebungstemperatur



measurement conditions. Otherwise the indicated values have to be corrected. The missing temperature correction is a common mistake made by personnel who use modern digital PANFI's from AIL or HP. The author has never observed another value for the preset temperature than the default value of 296.5 K (= 23.5 °C) when checking these instruments during rallies.

4. Calibration error

The noise source has a calibration error. This error is significant for absolute measurements only and can not be corrected. Typical calibration precision is around +/-0.3 dB. With a homebrew source like our BAT-31 the error may be even larger. However ENR-error is not relevant for relative measurements like comparing different amplifiers on the same PANFI and noise source or for optimizing amplifiers for minimum noise.

5. Nonlinear detector

In the LO-ENR mode the nonlinearity of the detector is less than 0.1 dB. In the HI-ENR mode the nonlinearity may exhibit 0.3 dB. Therefore the LO-ENR mode is preferred for high accuracy.

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

2.1 Klassische Fehlerquellen bei Rauschzahlmessungen

Das Rauschzahlmeßgerät, das in den vorigen Heften beschrieben wurde, mißt das Verhältnis der Rauschleistungen am Ausgang eines zu messenden Objekts, indem es die schaltbare Rauschquelle am Eingang periodisch ein- und ausschaltet. Dieses Leistungsverhältnis, der Y-Faktor, wird mit dem bekannten Leistungsfaktor der Rauschquelle, der ENR = Excess Noise Ratio (= Überschuß-Rauschleistungs-Verhältnis) in eine Rauschzahl umgerechnet und angezeigt. Anhang A enthält die mathematischen Zusammenhänge.

Folgende typische Fehlerquellen gibt es bei der Messung von Rauschzahlen:

1. Fremdsignale

Unzureichende Meßaufbauten erzeugen Signale im Eingangsbereich des PANFI's. Abhilfe sind:

- Abschirmung gegen äußere Beeinflussungen
- Saubere Frequenzumsetzer ohne Nebenwellen im ZF-Bereich
- Ausreichende Spiegelselektion (> 30 dB, denn nur 20 dB Spiegelselektion erzeugen bereits einen Meßfehler von 0,1 dB)

2. Einfluß der nachfolgenden Stufen

Die Rauschzahl der zweiten Stufe bzw. des Meßsystems geht in die gemessene Gesamtrauschzahl ein. Will man die Rauschzahl der ersten Stufe allein haben, muß man über die Verstärkung der ersten Stufe das Rauschen der zweiten Stufe herausrechnen. Das geht mit Formel [A7] aus Anhang A. Ist allerdings die Verstärkung der ersten Stufe größer als 20 dB und die Rauschzahl der zweiten kleiner als 1 dB, ist die Korrektur nur 0,01 dB, also weit geringer als der Meßfehler des PANFI's.

3. Temperaturfehler

Die Rauschzahl ist auf 290 K (= 17 °C) bezogen. Abweichungen der Umgebungstemperatur von dieser Standard-Temperatur führen gemäß Gleichung [A4] zu anderen Werten für die angezeigte Rauschzahl. Um das zu korrigieren, kann Gleichung [A6] angewendet werden.

Die zwei Grafiken Bild 3 und Bild 4 zeigen die Abhängigkeit der Abweichung der Rauschzahlanzeige von der Umgebungstemperatur bei den gebräuchlichen ENR's von 4 dB und 14 dB. Der Einfluß ist nicht unbeträchtlich. Bei 27 °C (= 300 K) wird die Rauschzahl schon ca. 0,2 dB zu groß gemessen.

Der Temperaturfehler wird häufig unterschätzt. Bei UKW-Tagungen, auf denen häufig Rauschzahlmeßgeräte von HP oder AIL "rumstehen", habe ich bei Überprüfung der Einstellung des Wertes für die Umgebungstemperatur - die digitalen PANFI's haben diese Einstellmöglichkeit, da sie direkt Gleichung [A4] rechnen - fast immer nur den internen Standardwert von 296.5 K (= 23,5 °C) gefunden.

4. Eichfehler der Rauschquelle

Die ENR-Eichung der Rauschquelle hat einen Fehler von +- 0,3 dB. Dieser Fehler kann nicht korrigiert werden, ist aber nur für absolute Messungen interessant, d.h. wenn man die Meßwerte für einen Verstärker auf verschiedenen Meßsystemen mit verschiedenen Rauschquellen vergleichen will. Für relative Messungen, z.B. zum Vergleich verschiedener Verstärker auf einem Meßgerät oder zum Optimieren der Rauschzahl ist dieser Fehler nicht existent.

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BY

5. PANFI Fehler durch nicht-linearen Detektor

Die Nichtlinearität des PANFI-ZF-Detektors beeinflusst den gemessenen Wert für den Y-Faktor. Bei kleiner ENR ist der Fehler für unseren PANFI ca. 0,1 dB, für die große ENR von 15 dB ist der Fehler ca. 0,3 dB. Daher wird der LO-ENR Modus für beste Genauigkeit bevorzugt. Digitale PANFI's wie HP8970 oder AIL2075 haben nur Linearitätsfehler von ca. 0,05 dB.

2.2. Gain Error

2.2.1 History

One error, which has been overlooked for some time even by professionals and nearly totally overlooked in the amateur scene - hams and companies for amateur products - has been got alive because the original design limits or considerations for automatic noise figure equipment have been changed or naively expanded by users. In the seventies the state of the art had been transistor amps with say 2 -3 dB noise figure. The automatic noise figure meter or their designer assumed:

1. Reasonably matched DUT's with $|S_{11}| < 0.3$
2. Noise figure of 3 dB require high ENR of 15 dB for a reasonable Y-factor to be measured
3. Gain of DUT is constant from ON to OFF-Phase because of well matched DUT and noise source

Because the ENR of an avalanche diode was and is today roughly 35 dB, a 20 dB internal attenuator is incorporated. That defines the VSWR-performance of a HP346B noise source for example. That worked quite well for those well matched, professionally designed preamps.

Two events changed the whole story:

1. The advent of very low noise bipolars (NE645) and the first low noise microwave GaAs-FET's.
2. Those crazy amateurs built the first GaAs-FET preamps for 432 EME (1978) and not for those microwave bands (> 4 GHz), for which these devices had been designed.

Because of their unprofessional design and the low operating frequency some preamps had been constructed (for example JA6CZD design), which are totally unstable with $|S_{11}| > 1$ and $K < 1$. These designs are in production even today at some amateur products companies.

But also in professional applications amplifiers equipped with GaAs-FET's with non impedance matched input found common use. In contrast to most amateur style preamps these amplifiers are fully stable with $|S_{11}|$ and $|S_{22}| < 1$ and $K > 1$. But it's difficult for low noise designs to have a better VSWR than 1:2 or 10 dB return loss. More common are 6 to 10 dB return loss in those amplifiers. Therefore they are called non-impedance matched devices. For this reason these amplifiers place a new burden to the accuracy capabilities of noise figure measurement equipment, because $|S_{11}|$ being not equal zero as in the simplifying assumptions of the original designers of noise figure measurements systems.

2.2.1 Geschichtliches

Ein Fehler, der aus den Vernachlässigungen, die bei der Konstruktion von PANFI's gemacht wurden, herrührt, z.B. beim Übergang von Gleichung [A2] auf [A3], wurde lange Zeit von professionellen und insbesondere in der Amateur-Szene - Amateure und Firmen, die Amateurprodukte herstellen - ignoriert. Die Einschränkungen, die die Entwickler der Rauschzahlmeßgeräte in den frühen 70-er Jahren machten, bestanden in folgenden Annahmen:

1. Die zu messenden Objekte haben gute Anpassung mit $|S_{11}| < 0.3$
2. Rauschzahlen von 3 dB erfordern ein hohe ENR von ca. 15 dB, damit man ausreichende Y-Faktoren bekommt.

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

3. Die Verstärkung des Meßobjektes ändert sich nicht beim Schalten der Rauschquelle, weil beide sehr gut angepaßt sind.

Da die ENR einer typischen Rauschdiode ca. 35 dB beträgt, reicht ein interner Abschwächer von ca. 20 dB, um die gewünschte ENR von 15 dB zu erzeugen. So funktionieren z.B. die gebräuchlichen Rauschdioden HP346B oder AIL 7615/7616. Damit ist dann auch das VSWR-Verhalten beim Schalten von ON auf OFF praktisch festgelegt. Während die o.a. Einschränkungen sehr gut für professionelle Verstärker, die gute Eingangsanpassung hatten und außerdem stabil waren ($K > 1$), änderten zwei Ereignisse das ganze Bild:

1. Die Entwicklung von rauscharmen Bipolar-Transistoren (NE645) und Mikrowellen-GaAs-FET's
2. Amateure zweckentfremdeten die Mikrowellen-GaAs-FET's für Vorverstärker auf 144 und 432 MHz (1978 wurde der erste GaAs-FET Vorverstärker für das 70 cm veröffentlicht)

Diese von Amateuren entwickelten Verstärker waren und sind häufig wegen ihres unprofessionellen Bastel-Designs völlig instabil. Das zeigt sich daran, daß $|S_{11}| > 1$ ist und $K < 1$. Solche Art von instabilen Verstärkern werden heutzutage sogar noch von Firmen, die Amateurprodukte herstellen und vertreiben, hergestellt. Das ist keineswegs Stand der Technik, denn es sind professionelle Verstärker auf ähnlichen Frequenzen erhältlich, die völlig stabil sind, d.h. bei denen $|S_{11}|$ und $|S_{22}| < 1$ und $K > 1$ sind. Ebenso gibt es auch stabile Designs von Amateuren, z.B. YU1AW. Aber auch die richtig konstruierten Verstärker haben selten Eingangsanpassungen, die besser als 10 dB Rückflußdämpfung bzw. als 1:2 VSWR sind. Daher heißen diese Verstärker "nicht Impedanz angepaßt". Beim Messen solcher Verstärker werden die ursprünglichen Bedingungen, die für die Rauschzahlmeßgeräte zur Grundlage gemacht wurden, ungültig und neue Arten von Meßfehlern entstehen.

2.2.2 Case Study of gain error

What happens is, that when the DUT's $|S_{11}|$ is greater than zero, the gain of the DUT changes during noise source switching. Appendix B contains a thorough mathematical definition of the gain error and an equation for its magnitude. For greater clarity a small case study will be given in the following.

For three different DUT's the transducer gain of the DUT is calculated for the ON-time and for the OFF-time of the noise source. The transducer gain is the power delivered to the load (i.e. the measurement system) divided by the power available from the source (i.e. the noise power from the noise source).

Der "Gain-Error" entsteht durch eine Änderung der Verstärkung des Meßobjektes, wenn die Rauschquelle schaltet. Diese Verstärkungsänderung erreicht beträchtliche Werte, wenn das Meßobjekt einen hohen Reflexionsfaktor im Eingang (S_{11}) hat, obwohl das VSWR der Rauschquelle gut ist. Eine mathemati-

Table 1: Reflection coefficients of noise sources

Measured Reflection Coefficients Noise Sources @ 432 MHz					
Noise source	Ser.-Number	ENR [dB]	Γ_{on}	Γ_{off}	$ \Gamma_{on} - \Gamma_{off} $
AIL7615	4044	15.8	0.015/+120	0.014/-112	0.026
HP346B	2037A01309	15.2	0.042/33.5	0.009/146.4	0.046
BAT31-20 *	BV-20	14.0	0.0127/+74	0.009/127	0.010
HP346A	2614A01621	5.0	0.004/+11	0.0066/39	0.0036
BAT31-30 †	BV-30	4.0	0.0084/+54	0.0079/59	0.0009

sche Definition des "Gain-Error" ist in Anhang A. In einer Fallstudie wurde für die gebräuchliche Quelle

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

HP346B jeweils für drei Reflexionsfaktoren (0.0, 0.1 und 1.0) die Übertragungsverstärkung für den ON- und den OFF-Zustand berechnet. Die Übertragungsverstärkung des DUT ist die Leistung, die an den PANFI abgegeben wird dividiert durch die verfügbare Leistung der Rauschquelle. Der Ausgang des DUT, bzw. der Eingang des PANFI wurde zur Vereinfachung mit VSWR = 1.0 angenommen, um nicht auch noch den Einfluß der Ausgangsabstimmung über S12 auf S11 zu berücksichtigen.

Assumptions:

Noise Source HP346B, No. 2037A01309 (See Table for reflection coefficients)

ON: 0.042/33.5 (VSWR = 1.09)

OFF: 0.009/146.4 VSWR = 1.02

The HP346B is widely used 15 dB ENR noise source. The transducer gain is calculated according to equation [B3] in Appendix B for the case of perfect load (i.e. the measurement setup or PANFI), which is a justified assumption, one can satisfy easily. Otherwise the discussion would be even more complicated, because of the non-zero S12 of the DUT interactions with the load of the DUT are introduced.

Figure 5/Bild 5: Gain error for HP346B source

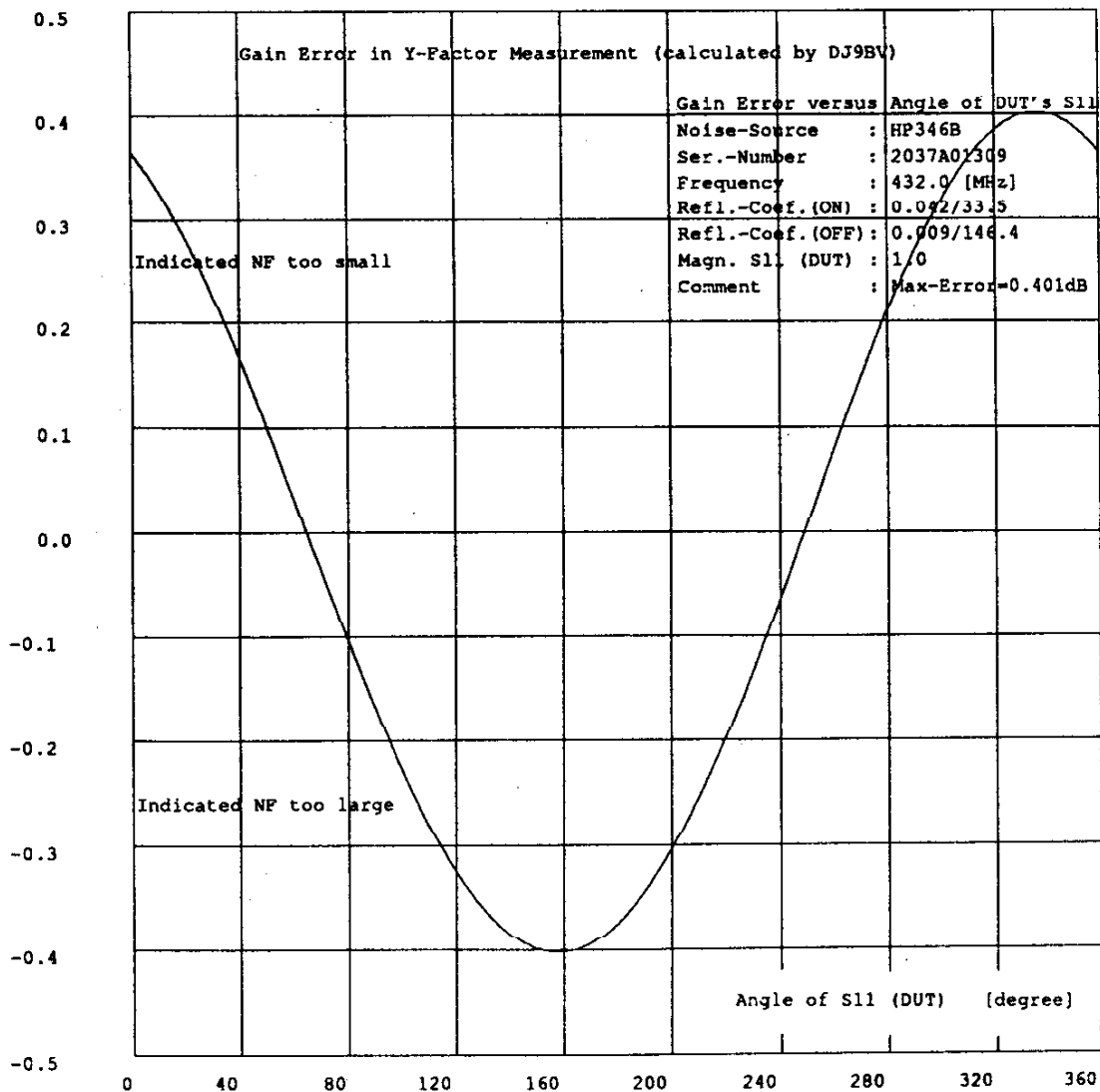
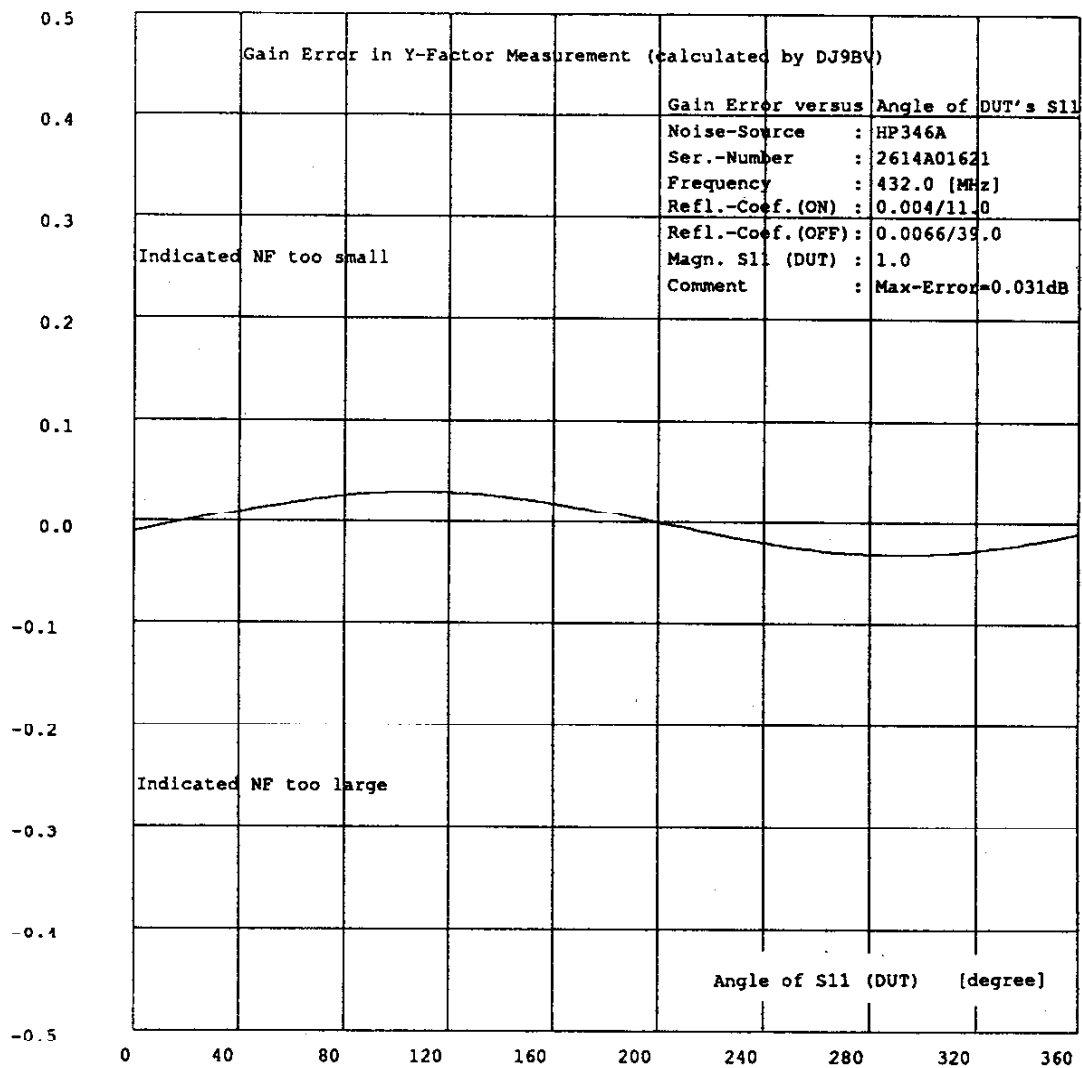


Figure 6/Bild 6: Gain error for HP346A source



Case 1:

1. DUT: S11 = 0.0/0.0 @ 432 MHz (Perfect input match. This is the assumption of the designers of the PANFI's!)

GT(ON) = 99.824 (= 19.992 dB)
 GT(OFF) = 99.992 (= 19.999 dB)
 Gain Error = 0.998 (= - 0.007 dB)

The gain differs - 0.007 dB from ON to OFF-phase. This small difference is related only to the changing magnitude of the source reflection coefficient. So the designers at that time were right to neglect the gain error for perfect input match of the DUT.

Die Verstärkung ändert sich nur um 0.007 dB beim Schalten der Quelle. Daher ist die Annahme der Entwickler gerechtfertigt, daß die Änderung der Verstärkung bei angepasstem DUT vernachlässigbar ist.

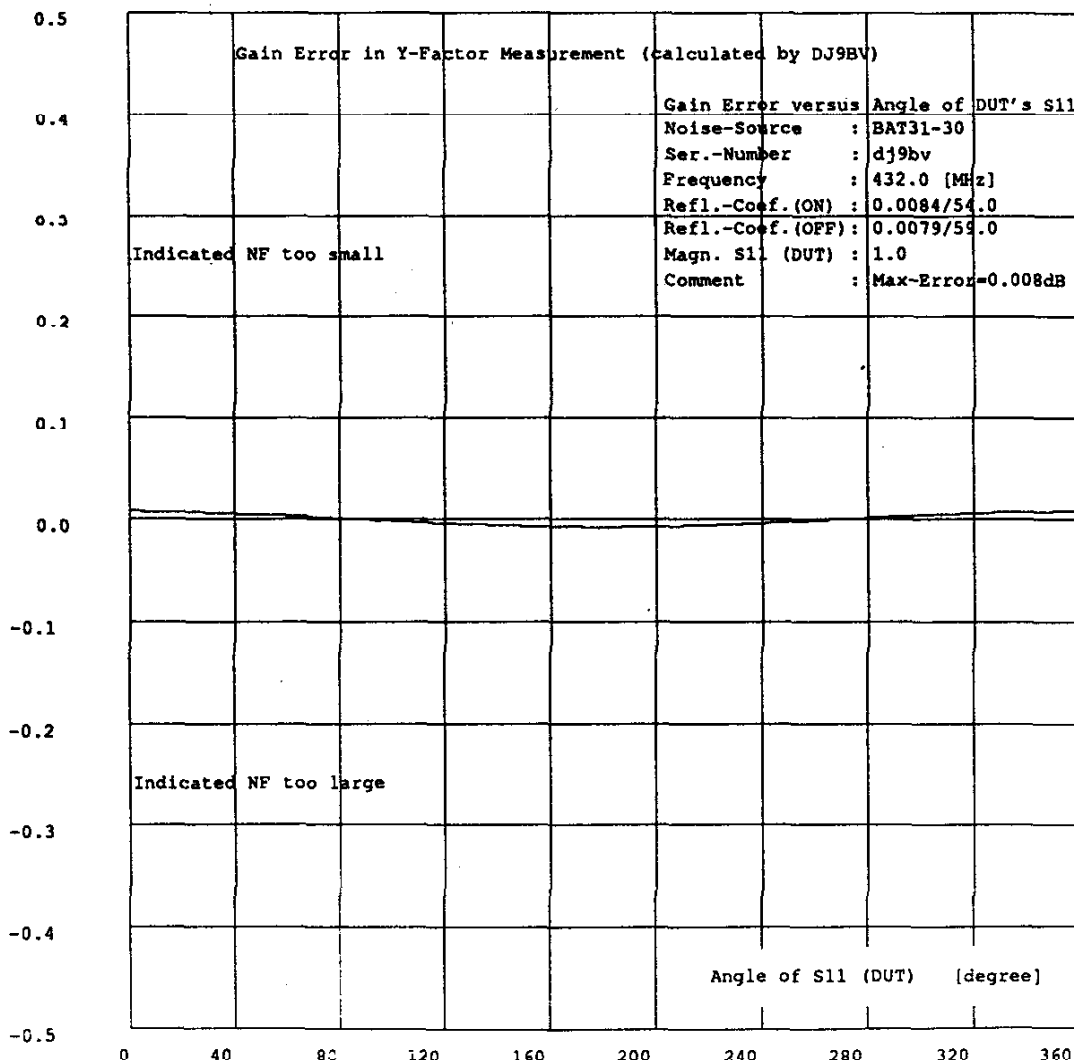
Case 2:

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

2. DUT: $S_{11} = 0.1/160 @ 432$ (Reasonable input match with $RL = 20$ dB, practical case)
 GT(ON) = 99.013 (= 19.957 dB)
 GT(OFF) = 100.099 (= 20.004 dB)
 Gain Error = 0.989 (= - 0.047 dB)

The gain differs about - 0.047 dB from ON to OFF-phase. This difference is related only to the changing magnitude of the source reflection coefficient and the interaction of the DUT. The numbers just tell that power transfer from source to DUT changes from ON to OFF-phase. While having been a small error value in the early 70's and the designers of noise figure measurement equipment at that times were justified to neglect the gain error, because accuracy of those analog PANFI's was ± 0.25 dB at best, in the advent of modern digital equipment for PANFI's the Y-factor measurement accuracy has increased to ± 0.05 dB in the 80's. So even with this well

Figure 7/Bild 7: Gain error for BAT31-30 source



matched DUT ($RL = 20$ dB), a choice of a 15 dB ENR source like the HP346B would introduce a considerable measurement error.

Die Verstärkung ändert sich um 0.047 dB, obwohl die Anpassung des DUT gut ist (20 dB

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

Rückflußd.). Vor 20 Jahren war auch dieser Wert vernachlässigbar, weil die Genauigkeit der damaligen PANFI's nur $\pm 0,25$ dB war. Heute aber im Zeitalter der digitalen PANFI's ist die Genauigkeit auf $\pm 0,05$ dB gestiegen. Daher ist schon selbst für dieses gut angepasste DUT die 15 dB ENR Quelle HP346B nicht mehr zeitgemäß.

Case 3:

3. DUT: $S_{11} = 1.0/160.0 @ 432$ MHz (Typical for JA6CZD design or SSB-DX432), $S_{21} = 10.0/0$

GT(ON)	=	92.135	(= 19.644 dB)
GT(OFF)	=	101.063	(= 20.046 dB)
Gain Error	=	0.912	(= - 0.4 dB)

The gain differs - 0.4 dB from ON to OFF-phase. This large difference is related to the changing magnitude of the source reflection coefficient with the input impedance of the DUT, which is purely reactive. If the $|S_{11}|$ gets even larger to values > 1 , what is a common observation for some commercial amplifiers, which are sold for the 144, 432 and 1296 MHz amateur bands, the real part of the input impedance gets negative. Then the gain difference between ON and OFF gets also larger.

Now this is the situation, what the designers of professional noise figure measurement systems even never dreamed of. Since the gain in the ON-phase is 0.4 dB less than in the OFF-phase, the PANFI measures a Y-factor, which is also 0.4 dB less than the true Y-factor. That results in a false indication of noise figure according to equation [A7]: Noise figure indicated is roughly 0.4 dB more for 0.3 dB preamp measured with the 15.2 ENR-source above.

Die Verstärkung ändert sich um - 0,4 dB. Die Rückwirkung des sich ändernden Reflexionsfaktors der Quelle auf den Eingang ist so groß, dass der "Gain-Error" schon größer als der Meßwert sein kann. Die Rauschzahl wird um 0.4 dB zu hoch angezeigt (Gleichung [A7]), da der gemessene Y-Faktor 0,4 dB kleiner als der wahre Y-Faktor ist. Diese Situation hatten die Entwickler der Rauschzahlmeßplätze nicht mit eingeplant. Die Situation wird noch verwickelter, wenn man jetzt nur die Phase des Meßobjekts durch Einfügen einer Halbwellen-Leitung um 180° dreht.

The situation gets extremely surprising, just by changing the angle of the DUT's S_{11} with 180 degrees, for example by introducing a half wavelength lossless line between noise source and the DUT. Then it holds:

4. DUT: $S_{11} = 1.0/340.0 @ 432$ MHz (as 3. DUT plus lossless half wavelength line), $S_{21} = 10.0/0$

GT(ON)	=	108.494	(= 20.354 dB)
GT(OFF)	=	98.927	(= 19.953 dB)
Gain Error	=	1.097	(= + 0.4 dB)

Now the gain change has reversed. It's larger in the ON-phase by 0.4 dB. So the measured Y-factor is now 0.4 dB larger than the true Y-factor. Therefore the PANFI calculates the indicated noise figure to be 0.4 dB less than the actual one. That will result in an indication of a - 0.1 dB noise figure for the example of the 0.3 dB preamp above.

Nun ist die Situation genau umgedreht. Die ON-Verstärkung ist nun 0,4 dB größer als die OFF-Verstärkung, und der Y-Faktor wird zu groß gemessen. Damit wird die Rauschzahl um 0,4 dB zu niedrig angezeigt. Bei einem 0,3 dB Verstärker würde jetzt eine Rauschzahl von - 0,1 dB auf dem Display des PANFI erscheinen.

Comments:

The situation explained above can be seen in figure 8, where the three cases and the results are displayed

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

in graphical form. The indication of negative noise figure must be the night mare of the original designers at HP or AIL, that some thoughtless user could measure the physical impossible, a new kind of perpetuum mobile in electronics, the much sought after negative noise figure, with their highly sophisticated 30.000 \$ equipment. This effect of changing indication of noise figure, when introducing a variable phase line between the noise source and DUT has been used by the author as a demonstration for the gain error during the EME conference in 1988 at Thorn, Netherlands. But not all amateurs are aware of this effects. Very unprofessional behaviour could be observed during rallies, when some Hi-Tech equipment from HP or AIL is standing around and innocent amateurs measuring their GaAs-FET preamps with a HP346B or AIL7615 noise source. Hundreds of mistuned preamps with poor performance had been the results, because one bad side effect of the gain error is, that during tuning on minimum noise figure the gain error implies the tuning of the preamp to such an input phase that gain is maximum for the ON-phase, or in other words the observed Y-factor is maximized. That tuning condition may only just by chance result in the minimum actual noise figure but would in most cases miss this tuning condition!

The story on rallies is one aspect. Even worse, when amateurs first experienced this type of measurement error, they were not able to interpret this experience as a measurement error but thought to have found a new 'secret' about noise figure. They even published articles [PÜS85], how to optimize the NF of a preamp in a system by introducing pieces of lossless cable in front of it! They observed the gain error but draw the false conclusions. But even industry took a long time to recognize the limitation of their measurement systems. The first articles about gain error appeared in the beginning of the 80's (See [STRID81]), but it took HP time until 1984, when they introduced the HP346A source, which is especially suited to measurements with a low gain error. The HP346A is in fact the same type of noise source as the HP346B, but has an additional 10 dB attenuation inside, so that ENR is about 5 dB and change of reflection coefficient from ON to OFF-phase is 10 times better (See Table 1 for values measured). A subsequent article describes the performance of the HP346A during measurements ([KUH84]). HP and AIL also recognized that a low ENR enhances overall accuracy for low noise figure measurements, because of the lower Y-factor the linearity conditions for IF-Detector in the PANFI could be relaxed.

Kommentar:

Die Ergebnisse der kleinen Fallstudie sind für die Quelle HP346B nochmal als Grafik in Bild 8 aufgetragen. Die Anzeige einer negativen Rauschzahl dürfte wohl zu den Alpträumen von den Entwicklern von Rauschzahlmeßgeräten gehören. Leider ist das kein neues elektronisches 'Perpetuum Mobile', sondern das Ergebnis einer unreflektierten Anwendung von nicht geeigneten Meßmitteln auf ein diffiziles Meßproblem. Dieser Effekt wurde mit großem Interesse des Publikums vom Verfasser auf der 3. internationalen EME-Tagung in Thorn, 1988, mit einer verlustarmen ($< 0,1$ dB) Phasenleitung demonstriert. Die Anzeige für die Rauschzahl eines kommerziellen "Schwing-Vorverstärkers" aus DL mit $|S_{11}| = 1.2$ konnte nur durch Verändern der Phase von $-0,1$ dB bis $0,9$ dB 'durchgedreht' werden. Rauschzahlen a la carte? Dieser Eindruck drängt sich manchmal auf, wenn man beobachtet, in welchem blinden Vertrauen Zahlenwerte auf einem digitalen Display eines HI-Tech Rauschmeßplatzes als tatsächliche Rauschzahl angenommen werden statt als Fiktion, weil z.B. eine ungeeignete Rauschquelle verwendet worden ist. Dann werden auch die Optimierungen zu "Verschlimmbesserungen", da ein betrüblicher Nebeneffekt des 'Gain-Error' darin besteht, daß man natürlich auf maximalen gemessenen Y-Faktor abgleicht, d.h. auf minimale Rauschzahl-Anzeige. Das kann aber gerade der Punkt mit dem maximalen 'Gain-Error' sein. So stellt man immer auf eine Gemisch von "Gain-Error" und tatsächlicher Rauschzahl ein. Eine richtige Optimierung ist überhaupt nicht möglich, da man immer auf die maximale positive Wechselwirkung mit der individuellen Rauschquelle abgleicht und diese von ihrer zufälligen Phasenlage der ON- und OFF-Reflexionsfaktoren abhängt.

Das ist nur eine Seite der Medaille. Richtig schlimm wurde es erst, als Amateure sich dann aufschwangen und sogar Artikel [PÜS85] darüber veröffentlichten, wie man durch Einfügen von kurzen Kabelstück-

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

neuen "Geheimnis" über die Natur des Rauschens hatten sie nur den "Gain-Error" als Symptom beobachtet, ohne die wahre Natur zu erkennen. Witzigerweise war das die erste quantitative Bestimmung des "Gain-Error", leider ohne daß dieser Sachverhalt vom Verfasser oder Redakteur erkannt worden ist. Aber auch die Hersteller haben recht lange gebraucht, um zu erkennen, daß ihre Rauschzahlmeßplätze mit den 15 dB ENR Rauschquellen den modernen Anforderungen durch nicht angepaßte GaAs-FET Verstärker nicht mehr gewachsen waren. Die ersten Artikel über den "Gain-Error" erschienen von Strid

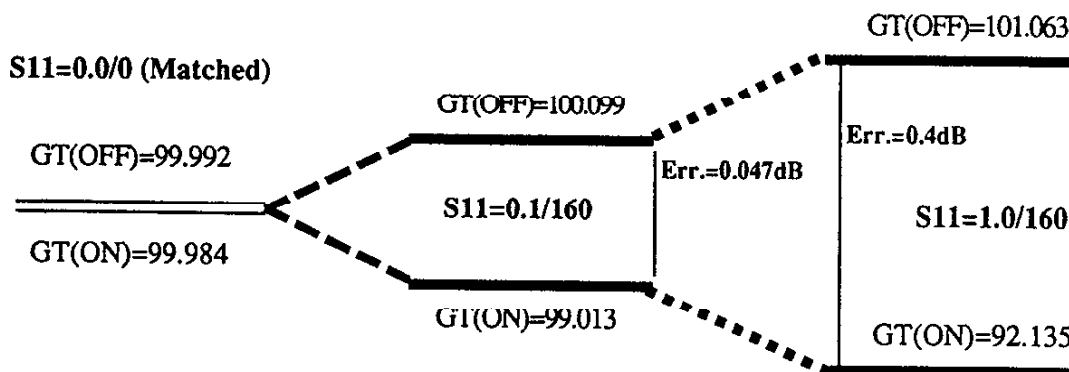


Figure 8/Bild 8. Gain of DUT's connected to HP346B noise source

[STRI81a, STRI81b]. Es dauerte bis 1984, daß HP die neue Rauschquelle HP346A auf den Markt brachte, die speziell für einen kleinen "Gain-Error" bei der Messung von nicht angepaßten Verstärkern optimiert war. Die HP346A ist im Prinzip eine HP346B mit einem zusätzlichen internen 10 dB Dämpfungsglied. Kuhn von HP [KUH84] beschreibt die Ergebnisse und analysiert auch, daß die niedrige ENR von nur 5 dB auch Vorteile bei der Nichtlinearität des Detektors bietet, da der Y-Faktor nicht so groß ist und das System linearer arbeiten kann.

Im folgenden sind die Ergebnisse der HP346A angewendet auf die gleichen drei Fälle. Die Ergebnisse zeigen eindeutig, daß mit dieser Quelle das Meßproblem "Gain-Error" für alle praktischen Fälle gelöst ist. Die Eigenentwicklung BAT31-30 zeigt allerdings, daß man noch besser werden kann. Sie ist nochmal ungefähr 4 mal besser als die HP346A, so daß auch für extreme Fälle kein "Gain-Error" mehr auftreten kann.

Application of special noise source for minimum gain error

Application of a HP346A source, which had been developed by HP, to get rid of the gain error when measuring non-impedance matched devices, onto the 3 cases above would yield:

Noise Source HP346A, No. 2614A01621 (See Table for reflection coefficients)

ON: 0.004/11

OFF: 0.0066/39

Case 1:

1. DUT: $S_{11} = 0.0/0.0$ @ 432 MHz (Perfect input match. This is the assumption of the designers of the PANFI's!)

$GT(ON) = 99.9984$ (= 19.999 dB)

$GT(OFF) = 99.996$ (= 19.999 dB)

Gain Error < 0.001 dB

Case 2:

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BY

2. DUT: $S_{11} = 0.1/120 @ 432$ (Phase has to be changed for getting maximum with HP346A source, See figure 6)
GT(ON)= 99.946 (= 19.998 dB)
GT(OFF) = 99.873 (= 19.994 dB)
Gain Error = 0.004 dB

Case 3:

3. DUT: $S_{11} = 1.0/120.0 @ 432 \text{ MHz}$, $S_{21}=10.0/0$
GT(ON)= 99.475 (= 19.977 dB)
GT(OFF) = 98.774 (= 19.946 dB)
Gain Error = 0.031 dB

So we can confirm that indeed the HP346A solves the gain error problem for all practical cases. But the homebrew source with BAT-31 and 30 dB attenuator is even 4 times better than a typical HP346A. The low value of change is tremendous (See table 1 for values). So application of a BAT-31 source onto the 3 cases above would yield:

Application of homebrew noise source for even less gain error

Noise Source BAT-31, BV-30 (See Table for reflection coefficients)
ON: 0.0084/54
OFF: 0.0079/59

Case 1:

Gain Error < 0.001 dB

Case 2:

Gain Error = 0.001 dB

Case 3:

Gain Error = 0.008 dB

Conclusions:

With this type of homebrew noise source gain error is virtually nonexistent. It's much smaller than the PANFI-error. The magnitude of gain error for three different sources can be seen from figure 5 (HP346B), figure 6 (HP346A), figure 7 (BAT31-30).

Now, what should those people do, who have spent DM 5000,- for a HP346B??? One solution is to provide an external 10 dB PAD, which should be measured on a network-analyzer to know exactly the attenuation at the frequencies of interest. Otherwise you will get a severe loss in ENR-accuracy. With digital PANFI's one can program the external attenuation and the instruments recalculate the noise figure automatically. With commercial analog instruments you can switch for attenuators, but strange enough only in 3, 6 or 12 dB steps. Then it's better, to use an isolator in front of the noise source and subtract the small loss of say 0.3 dB from the indication or the ENR, what you may prefer.

Gain error is the main error source during relative noise figure measurements with GaAs-FET amplifiers from 100 MHz to 10 GHz. It's very large with those "wild" commercial preamps on 144 and 432, which have Return Gains of up to 3 dB ($|S_{11}| = 1.4$), but also relevant on the higher microwave bands, because input match is rarely better than 6 dB RL ($|S_{11}| = 0.5$). Therefore the use of the appropriate noise source is a must. So the use of the homebrew noise figure measurement system ([BER90]) can yield accuracies, which are much better than with commercial HI-Tech-PANFI's, when those are used with

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BV

Ergebnis:

Mit der BAT31-30 Rauschquelle ist der "Gain-Error" praktisch nicht mehr vorhanden bzw. wird von anderen Meßfehlern maskiert. In den Bildern 5 (HP346B), 6 (HP346A) und 7 (BAT31-30) kann man die Größe des "Gain-Errors" beurteilen.

Klar ist, daß die HP346B völlig ungeeignet ist, obwohl sie noch allgemein in Gebrauch ist. Man kann aber die HP346B durch Vorschalten eines 10 dB Abschwächers wieder meßtauglich machen. Dabei ist allerdings der Nachteil, daß die Eichung für die ENR verloren geht, es sei denn, man hat den Abschwächer auf 0,01 dB auf allen Frequenzen vermessen. Bei digitalen PANFI's kann man einfach den Abschwächer einprogrammieren. Bei Analog-PANFI's ist die Sache schwieriger. Die PANFI's von AIL lassen nur Dämpfungen von 3,6 und 12 dB zu. Die ENR kann man leider auch nur auf 15 dB eichen. Dann ist es besser, wenn man einen Isolator auf der Meßfrequenz vorschaltet und dessen kleine Dämpfung vom Meßergebnis subtrahiert.

Der "Gain-Error" hat sich also als die **Haupt-Fehlerquelle** für die Messung von GaAs-FET Verstärkern im Frequenzbereich von 0,1 bis 10 GHz herausgestellt. Man kann ihn nur verhindern, wenn man eine geeignete Rauschquelle wie die HP346A oder die BAT31-30 verwendet. Abschwächer oder Isolatoren vor ungeeigneten Quellen sind ein Behelf.

References

[AN57-1] Hewlett Packard, "Fundamentals of RF and Microwave Noise Figure Measurements", HP, Palo Alto, Order-No. 5952-8255, July 1983

[BER88] R. Bertelsmeier, DJ9BV, "Low Noise GaAs-FET Preamps for EME: Construction and Measurement Problems", DUBUS 4/1988, pp.8 - 2

[BER90] R. Bertelsmeier, DJ9BV, H. Fischer, DF7VX, "Construction of a Precision Noise Figure Measurement System", DUBUS 2/1990, pp.12 - 22 & DUBUS 3/1990, pp. 18 - 31

[KUH84] Nicholas J. Kuhn, HP, "Curing a subtle but significant cause of noise figure error", Microwave Journal, 6 (1984), pp. 85 - 98

[PÜS85] Wolfram Püschner, DK7FB, "Das Rauschverhalten von Verstärkern", UKW-Berichte2(1985), S. 69 - 73

[STRI81a] Eric Strid, Texas Instruments. "Noise Measurements For Low-Noise GaAs FET Amplifiers", MSN, 11(1981), pp. 62 - 70

[STRI81b] Eric Strid, Texas Instruments, "Noise Measurements Checklist eliminates Costly Errors", MSN, 12(1981), pp. 88 - 107

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BY

Appendix A: Basic Equations of PANFI's

The noise figure meter utilizes a switchable noise source and a PANFI (Precision Automatic Noise Figure Indicator), which measures the ratio of noise powers delivered by the DUT (Device under test) to the indicator.

Moderne Rauschzahl-Messgeraete benutzen eine schaltbare Rauschquelle und ein Anzeigegeraet (PANFI = Precision Automatic Noise Figure Indicator), welches das Verhaeltnis der vom Messobjekt gelieferten zwei Rauschleistungen fuer den Ein- bzw. Auszustand der Rauschquelle misst. Dieses Verhaeltnis ist der Y-Faktor.

Y-factor is defined as:

$$Y = \frac{P_{on}}{P_{off}} \quad [A1]$$

By referencing the output noise power to the input of the DUT by virtue of the transducer gain of the DUT, the following equation holds:

Fuehrt man die Ausgangsleistungen des Messobjekts ueber die Verstaerkung auf die Rauschleistungen der Rauschquelle im Ein- bzw. Auszustand und die zu messende Rauschleistung des Messobjekts selbst zurueck, erhaelt man:

$$Y = \frac{GT(ON) \cdot (N_{on} + NDUT(ON))}{GT(OFF) \cdot (N_{off} + NDUT(OFF))} \quad [A2]$$

GT(ON)	:	Transducer gain of DUT with noise source ON
GT(OFF)	:	Transducer gain of DUT with noise source OFF
N_{on}	:	Available noise power of noise source during ON-State
N_{off}	:	Available noise power of noise source during OFF-State
NDUT(ON)	:	Noise power of DUT with noise source ON
NDUT(OFF)	:	Noise power of DUT with noise source OFF

Equation [A2] is the exact formulation of the Y-factor, because not only the transducer gain but the also the unknown noise power NDUT are dependent on the reflection coefficient of the noise source. In normal applications an ideal noise source is assumed (i.e. $\Gamma_{on} = \Gamma_{off} = 0$) and [A2] is reduced to:

Die obige Gleichung ist die exakte Formulierung der automatischen Y-Faktor Messmethode zur Messung der Rauschleistung. Fuer normale Anwendungen wird unter der Annahme einer idealen Rauschquelle (d.h. $\Gamma_{on} = \Gamma_{off} = 0$) vereinfacht zu:

$$Y = \frac{N_{on} + N_{dut}}{N_{off} + N_{dut}} \quad [A3]$$

because now $GT(ON) = GT(OFF)$ und $NDUT(ON) = NDUT(OFF) = N_{dut}$ holds.

Replacing $N = KTB$ and $F = 1 + T_{dut}/290$ and $ENR = T_{on}/290 - 1$ leads to:

$$F = \frac{ENR - Y \left(\frac{T_{off}}{290} - 1 \right)}{Y - 1} \quad [A4]$$

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BY

This simplified equation holds only under the restrictions cited above and is used by all commercial digital PANFI's from AIL and HP, which can compute this equation by virtue of the microprocessor built in. This equation does not cover the gain error, so even the most advanced instruments of today are prone to this type of measurement error.

Further simplification by letting the ambient temperature fixed to be the same as the reference temperature ($T_{off} = T_0$ with $T_0 = 290\text{ K}$ ($17\text{ }^\circ\text{C}$)) equation [A4] reduces to:

Diese vereinfachte Gleichung ist nur gueltig unter den o.a. Einschränkungen. Sie wird von allen digitalen kommerziellen PANFI's benutzt. Die Gleichung behandelt allerdings nicht den "Gain-Error", der bei kleinen Rauschzahlen und nicht-angepassten Messobjekten den Hauptfehler bei der Messung bildet.

Man kann noch weiter vereinfachen, indem man die Umgebungstemperatur auf $17\text{ }^\circ\text{C}$ ($= 290\text{ K}$) fixiert. Dann erhaelt man:

$$F = \frac{ENR}{Y-1} \quad [A5]$$

This equation is the basic PANFI-equation of our noise figure meter and all analog type PANFI's from AIL or HP. If the ambient temperature is not fixed to $17\text{ }^\circ\text{C}$, a temperature correction can be calculated by:

Das ist die Gleichung von Analog-PANFI's. Eine Temperatur-Korrektur berechnet sich nach:

$$NF_{act} - NF_{ind} = 10 \cdot \text{LOG} \left(1 - \left[10^{-\frac{NF_{ind}}{10}} + 10^{-\frac{ENR}{10}} \right] \cdot \left[\frac{T_a}{T_0} - 1 \right] \right) \quad [A6]$$

NF_{act} : Actual Noise Figure
 NF_{ind} : Indicated Noise Figure
 ENR : ENR
 T_a : Ambient Temperature

Second stage noise increases the indicated noise figure (Zum Herausrechnen des Einflusses der zweiten Stufe dient folgende Formel):

$$NF_{act} = 10 \cdot \text{LOG} \left(10^{\frac{NF_{ind}}{10}} - \frac{10^{\frac{NF_2}{10}} - 1}{G_{av}} \right) \quad [A7]$$

NF_{act} : Actual Noise Figure
 NF_{ind} : Indicated Noise Figure
 NF_2 : Second Stage Noise Figure
 G_{av} : Available Gain of first stage

Technical Reports: How to Use a Noise Figure Meter by DJ9BY

Appendix B: Basic Equations of Gain Error in Noise Figure Measurement

Gain error is defined as:

$$DG = \frac{GT(ON)}{GT(OFF)} \quad [B1]$$

and we assume:

$$N_{dut} = NDUT(ON) = NDUT(OFF)$$

Then from equation [A2] follows:

$$Y_{ind} = DG \frac{N_{on} + N_{dut}}{N_{off} + N_{dut}}$$

or with [B1] and [A3]

$$Y_{ind} = DG \times Y_{true} \quad [B2]$$

From the definition of transducer gain design :

$$GT = |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_G|^2}{|1 - \Gamma_1 \Gamma_G|^2} \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2} \quad [B3]$$

with

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L}$$

follows:

$$DG = \frac{1 - |\Gamma_{on}|^2}{|1 - \Gamma_1 \Gamma_{on}|^2} \times \frac{|1 - \Gamma_1 \Gamma_{off}|^2}{1 - |\Gamma_{off}|^2}$$

which can be reduced to:

$$DG = \frac{1 - |\Gamma_{on}|^2}{|1 - S_{11} \Gamma_{on}|^2} \times \frac{|1 - S_{11} \Gamma_{off}|^2}{1 - |\Gamma_{off}|^2} \quad [B4]$$

- S_{11} : Input reflection coefficient of DUT
- Γ_{on} : Reflection coefficient of noise source during state ON
- Γ_{off} : Reflection coefficient of noise source during state OFF

if it is assumed, that $\Gamma_L = 0$ holds. This simplification is easily realized by an isolator at the output of the DUT.