

Linsengesetze und optische Instrumente

Gruppe X

XXXX XXXXXXXXXX Mat.-Nr.: XXXXX

XXXXXXX XXXXXX Mat.-Nr.: XXXXX

XX.XX.XX

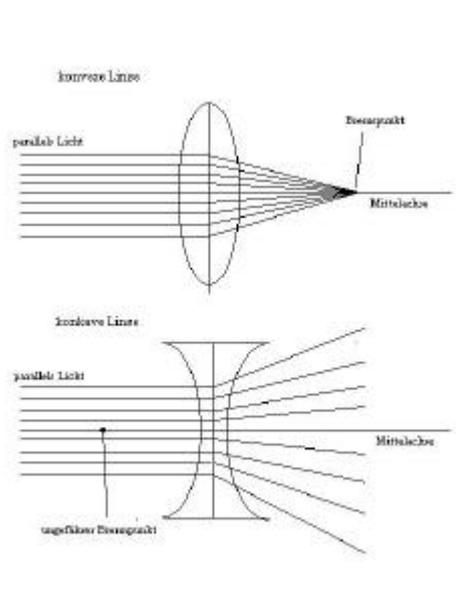
Theorie

Im folgenden werden wir einen kurzen Überblick über die Funktion, den Aufbau und die Arten von Linsen und ihrer optischen Instrumente erklären.

Zunächst ist zu erwähnen, daß es konvexe (gewölbte) Linsen und konkave (hohle) Linsen gibt.

Konvexe Linsen sind Sammellinsen, die in der Mitte dicker als an den Enden sind. Mit Hilfe eines Kondensators wird ein paralleles Lichtbündel erzeugt. Die Strahlen werden an der konvexen Linse so gebrochen, daß sie sich alle in einem Brennpunkt schneiden (bündelnde Wirkung). Nur der Strahl, der mittig durch die Linse geht, wird nicht gebrochen.

Konkave Linsen sind im Gegensatz zu konvexen außen breiter als in der Mitte. Sie haben die Eigenschaft, daß die parallelen Lichtstrahlen von der Linse weggebrochen werden (zerstreuende Wirkung). Der Brennpunkt liegt dort, wo sich die nach rückwärts verlängerten gebrochenen Strahlen mit der Achse schneiden. Allerdings wird auch hier der Mittelstrahl nicht gebrochen.



Im folgenden werden die einzelnen Versuche dargestellt und ausgewertet. Zuerst sollen die Brennweiten von zwei unbekanntenen Sammellinsen bestimmt werden. Als nächstes ist die Brennweite nach dem Besselverfahren zu bestimmen. Und zum Schluß werden optische Instrumente aufgebaut, wie z.B. Diaprojektor, Mikroskop, und zwei verschiedene Fernrohre.

Aufgabe 1

Im ersten Versuch soll die Brennweite von zwei unbekanntem Sammellinsen aus der Messung von Bild- und Gegenstandsweite bestimmt werden.

Auf einer 1m langen Metallschiene (optische Bank), die mit Längenangaben versehen ist, wird eine Lampe, ein Doppelkondensator, ein Dia, eine Sammellinse und ein Schirm in verschiedenen Abständen angebracht. (Abb. 1) Die Lampe wird beim Nullpunkt befestigt. Hinter der Lampe wird der Kondensator angebracht. Als nächstes folgen das Dia, die Linse und der Schirm.

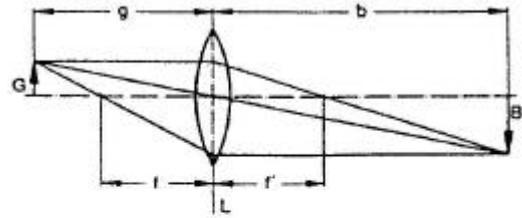


Abb. 1: Bildkonstruktion durch drei Hauptstrahlen (für dünne Linsen)

(B: Bildgröße, G: Gegenstandsgröße; g: Gegenstandsweite; b: Bildweite; f: Brennpunkt)

- a.) Die erste Linse hat eine Brennweite von +100mm. Zur Berechnung der Brennweite mit unseren Meßdaten wenden wir folgende Formel an: $f = b \cdot g / b + g$

b [mm]	g[mm]	f [mm]
679	131	109,81
626	122	102,10
575	125	102,68
520	130	104,00
465	135	104,63
410	140	104,36

Mittelwert von f:

$$f_s = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n f_k$$

$$f_s = 104,6\text{mm}$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n (f_k - f_M)^2}$$

$$s_1 = 2,5\text{mm}$$

Der Mittelwert beträgt 104,6mm. Das entspricht einer Abweichung von +4,6%. Diese Ungenauigkeit liegt aber noch in der zulässigen Toleranz von $\pm 5\%$. Diese relativ große Abweichung ist hauptsächlich dadurch entstanden, weil unser erster Meßwert stark vom angegebenen Wert abweicht. Ohne diesen Wert hätten wir nur noch eine Abweichung von +3,5%. Wahrscheinlich wurde der erste Meßwert ungenau abgelesen. Ursachen für diese Abweichung ist u.a. auch, daß sich die Bildschärfe nicht eindeutig bestimmen lassen konnte. Es war an dem Tag der Messung außerdem noch sehr hell, so daß die Einstellung der Schärfe des Dias erschwert wurde. Die Standardabweichung liegt bei 2,5mm.

- b.) Diesen Versuch haben wir mit einer Linse mit 200mm Brennweite wiederholt.

b [mm]	g[mm]	f [mm]
400	400	200,00
320	530	199,53
295	605	198,30
280	670	197,47
270	730	197,10
265	785	198,12

Mittelwert von f:

$$f_s = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n f_k$$

$$f_s = 198,4\text{mm}$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n (f_k - f_M)^2}$$

$$s_2 = 1\text{mm}$$

Der Mittelwert dieses Versuchs beträgt 198,4mm, d.h. eine Abweichung von nur -0,79%. Daraus folgt, daß wir diesmal sehr viel genauer gemessen haben. Die vorgegebene Toleranz von $\pm 5\%$ ist also auf jeden Fall eingehalten worden. Auch die Standardabweichung liegt bei nur 1mm, und ist damit auch bei diesem Versuch sehr viel geringer als beim ersten.

Aufgabe 2

Bei diesem Versuch soll die Brennweite nach dem Besselverfahren bestimmt werden. Hier wird einmal eine Sammellinse (+100mm) und einmal eine Kombination von Sammell- und Zerstreuungslinse (+100; -200) verwendet. Die Besonderheit gegenüber dem ersten Versuch ist, daß der Abstand d fest gewählt ist. (Abb. 2) Die Linse wird nun so eingestellt, daß ein scharfes Bild entsteht. Dann wird die Linse noch an einem anderen Punkt der optischen Bank befestigt, so daß sich Bild- und Gegenstandsweite vertauschen und wieder ein scharfes Bild entsteht (d bleibt wieder gleich!). Es entsteht einmal ein großes und ein kleines Bild auf dem Schirm. Der Abstand e zwischen den beiden möglichen Stellungen der Linsen wird dann zur Berechnung der Brennweite f benötigt.

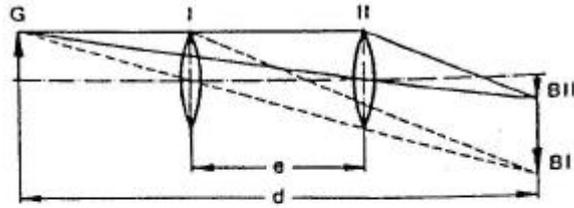


Abb. 2: Brennweitenbestimmung nach Bessel

a.) Die Meßwerte mit Linse 1 (+100mm) ergaben:

$$f = \frac{d^2 - e^2}{4 \cdot d}$$

d [mm]	e [mm]	f [mm]
600	463	60,38
650	409	98,16
800	570	98,47
850	622	98,71
900	678	97,31
450	165	97,38

Mittelwert von f :

$$f_s = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n f_k$$

$$f_s = 98,0\text{mm}$$

Standardabweichung:

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n (f_k - f_M)^2}$$

$$s_2 = 0,5\text{mm}$$

(der Wert für $d = 600$ wurde aus der Mittelwertberechnung rausgelassen, da er doch zu weit aus der Reihe fiel.)

Der errechnete Mittelwert von 98,0mm liegt wieder ziemlich nah bei der Tatsächlichen Brennweite von +100mm. Der Fehler liegt bei nur 2% und ist somit innerhalb der Toleranzgrenze. Auch die Standardabweichung ist enorm niedrig mit 0,5mm.

b.) Als 2. Teilversuch des Besselverfahrens wurde Sammell- und Zerstreuungslinse kombiniert. Die Brennweite der Zerstreuungslinse war zu bestimmen. Um sie auszurechnen, wird der Mittelwert $f_s = 98,0\text{mm}$ aus der ersten Messung benötigt. Die Brennweite der Zerstreuungslinse läßt sich folgendermaßen berechnen:

$$f_z = \frac{f_{ges} \cdot f_s}{f_s - f_{ges}}$$

Es ist allerdings beim Versuch zu berücksichtigen, daß folgende Bedingung gelten muß, um reelle Bilder zu bekommen:

$$\frac{1}{|f_s|} > \frac{1}{|f_z|}$$

d [mm]	e [mm]	f_{ges} [mm]	f_s [mm]	f_z [mm]
850	354	175,64	98,0	-221,73
900	423	175,29	98,0	-222,29
950	488	174,83	98,0	-223,03
1000	547	175,20	98,0	-222,44
1050	603	175,93	98,0	-221,27
1100	663	175,10	98,0	-222,60

Formel zur Berechnung von f_{ges} :

$$f_{ges} = \frac{d^2 - e^2}{4 \cdot d}$$

Mittelwert von f :

$$f_{sz} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n f_k$$

$$f_{sz} = 222,2\text{mm}$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n (f_k - f_M)^2}$$

$$s_z = 0,6\text{mm}$$

Der Mittelwert der Brennweite der Zerstreuungslinse beträgt $-222,2\text{mm}$, das entspricht einer Abweichung von $11,1\%$ gegenüber dem angegebenen Wert von -200mm , und damit liegt unser Mittelwert weit außerhalb der Toleranzgrenze. Was die Messung von f_{ges} so schwierig gestaltete war die Problematik die genaue Sehschärfe des Bildes zu bestimmen, denn das zweite Bild war jeweils sehr sehr klein und daher konnte die Schärfe nicht exakt ermittelt werden. Eine weitere Fehlerquelle könnte möglicherweise der Abstand zwischen Sammell- und Zerstreuungslinse sein, der in der Rechnung nicht berücksichtigt wurde.

Aufgabe 3.1 (Der Diaprojektor)

Bei diesem Versuch wird ein Diaprojektor aufgebaut. Aufgabe dieses Versuches ist es, den Abbildungsmaßstab in drei verschiedenen Arten auszumessen.

Der Aufbau dieses Versuches ist Abb. 3 zu entnehmen. Das Dia wird dicht hinter dem Kondensator gestellt und die Strahlen werden durch die Linse auf den Schirm abgebildet. Um den Abbildungsmaßstab ausrechnen zu können, haben wir folgende Meßwerte ermittelt. (Linse $+100\text{mm}$).

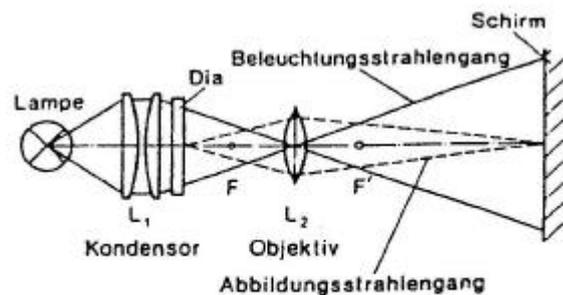


Abb. 3: Strahlengang im Diaprojektor

B [mm]	G [mm]	g [mm]	b [mm]	f [mm]
230	30	120	840	100

Der Abbildungsmaßstab läßt sich in drei Arten berechnen:

$$V = \frac{B}{G} = \frac{230\text{mm}}{30\text{mm}} = 7,66$$

$$V = \frac{b}{g} = \frac{840\text{mm}}{120\text{mm}} = 7$$

$$V = \frac{b - f}{f} = \frac{840\text{mm} - 100\text{mm}}{100\text{mm}} = 7,4$$

Die größte Abweichung liegt zwischen der Berechnung von Bild- und Gegenstandsgröße und der Berechnung von Bild- und Gegenstandsweite. Gründe hierfür können sein, daß man die Abstände nicht eindeutig ablesen konnte, da die Halterungen der Linsen die Maßangaben verdecken und man die Mitte der Linse abschätzen muß.

Aufgabe 3.2 (Das Mikroskop)

Bei diesem Versuch haben wir uns ein Mikroskop selbst gebaut, um einen kleinen Gegenstand (Objektmikrometer) vergrößert darzustellen.

Eine Linse mit $f = +20\text{mm}$ Brennweite wird direkt hinter dem Objektmikrometer angebracht. In einem etwas größerem Abstand wird eine Linse $+50$ (=Lupeneffekt) befestigt, wo das Auge durchschaut. Um das helle Licht abzdunkeln, wird eine Mattscheibe vor die Lampe gestellt. (Abb. 4) Gemessen haben wir folgende Werte:

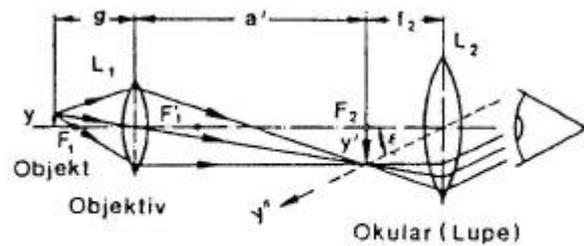


Abb.4: Strahlengang im Mikroskop

d' [mm]	g [mm]	f_1 [mm]	f_2 [mm]	y [mm]	y'' [mm]
100	36	20	50	1	16,5

Nun wird aus den Meßwerten die Gesamtvergrößerung V bestimmt und mit einem rechnerisch ermittelten Wert verglichen:

$$V = \frac{y''}{y} = \frac{16,5\text{mm}}{1\text{mm}} = 16,5$$

Wir vergleichen nun mit einem rechnerisch ermittelten Wert, der sich aus den Abbildungsmaßstab des Objektivs \hat{a}_{obj} und der Winkelvergrößerung der Lupe $\tilde{A}_L = 250\text{mm}/f_2$ bestimmen läßt:

$$V = \mathbf{b}_{obj} \cdot \Gamma_L = \left(\frac{d'}{f_1} - 1 \right) \cdot \frac{250\text{mm}}{f_2}$$

$$\Leftrightarrow V = \left(\frac{100\text{mm}}{20\text{mm}} - 1 \right) \cdot \frac{250\text{mm}}{50\text{mm}} = 20$$

Der rechnerisch ermittelte Wert liegt um 3,5 höher als unser gemessener Wert. Dies kann wieder mehrere Gründe haben. Wir vermuten, daß es an der Ablesung der Gegenstandsgröße gelegen hat, da wir uns nicht ganz einig über die Größe waren. Es können auch kleine Abweichungen beim Messen von Bildweite d' oder Gegenstandsweite g entstanden sein, die diese Differenz der Vergrößerung verursacht haben. Aus den Vorlagen kann man entnehmen, daß eine Vergrößerung von bis zu $V=60$ erreicht werden könnte. Unsere Vergrößerung ist nur ein Drittel so groß, weil die Abstände zu klein gewählt wurden.

Zum Schluß des Physikpraktikums werden noch zwei verschiedene Fernrohre (nach Galilei und Kepler) aufgebaut.

Aufgabe 3.3 (Fernrohr nach Kepler)

Das Keplerfernrohr ermöglicht es, weit entfernte Gegenstände vergrößert, allerdings umgekehrt sichtbar zu machen.

Zwei Sammellinsen mit großer (+300mm) und kleiner (+50mm) Brennweite werden im Abstand $f_1 + f_2 = 350\text{mm}$ auf der optischen Bank befestigt. Wir schauen nun durch die kurzbrennweitige Linse und sehen den Gegenstand (in unserem Fall ein Laserwarnschild)

vergrößert. (Abb. 5) Unsere Meßwerte ergaben:

Entfernung: Linse₁ – Gegenstand: 3,85m

Bildgröße: 32cm

Größe des Bildausschnitts: 25cm

Die Vergrößerung läßt sich wie folgt berechnen: $\Gamma_K = \frac{f_1}{f_2} = \frac{300\text{mm}}{50\text{mm}} = 6$

Das bedeutet, daß wir das Laserschild durch unser Fernrohr sechs mal so groß gesehen haben.

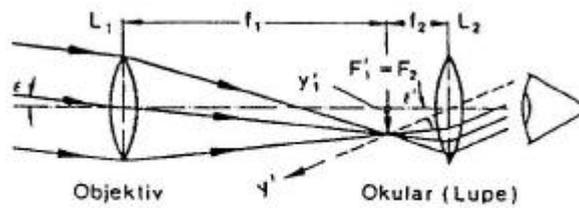


Abb. 5: Strahlengang im Keplerfernrohr

Aufgabe 3.4 (Fernrohr nach Galilei)

Dieses Fernrohr ermöglicht es ebenfalls, weit entfernte Objekte vergrößert zu sehen, allerdings auch seitenrichtig.

Der Aufbau ist ähnlich dem Keplerfernrohr, nur daß als zweite Linse eine Zerstreuungslinse (-50mm) verwendet wird. (Abb. 6) Außerdem ist hier der Abstand $f_1 - |f_2| = 250\text{mm}$. Beobachtet wird der Gegenstand (Laserschild) durch die Zerstreuungslinse. Unsere Meßdaten:

Entfernung: 3,95m

Bildgröße: 32cm

Größe des Bildausschnitts: 10cm

Die Vergrößerung läßt sich wie folgt berechnen: $\Gamma_G = \frac{f_1}{|f_2|} = \frac{300\text{mm}}{|-50\text{mm}|} = 6$

Auch hier haben wir wieder eine 6-fach Vergrößerung, allerdings sieht das Auge kein reelles, sondern ein virtuelles Bild.

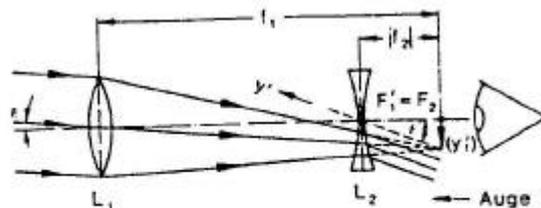


Abb. 6: Strahlengang im Fernrohr nach Galilei

Vergleich

Bei beiden Fernrohren haben wir die gleiche 6-fache Vergrößerung, Der Abstand zum Gegenstand ist auch etwa gleich. Allerdings ist beim Keplerfernrohr ein wesentlich größerer Bildausschnitt zu sehen als beim Galileifernrohr. Der Grund ist, daß beim Galileifernrohr als zweite Linse eine Zerstreuungslinse verwendet wurde.