

# Tutorial de Procesamiento Digital de Señales (DSP)

## Teoría Básica

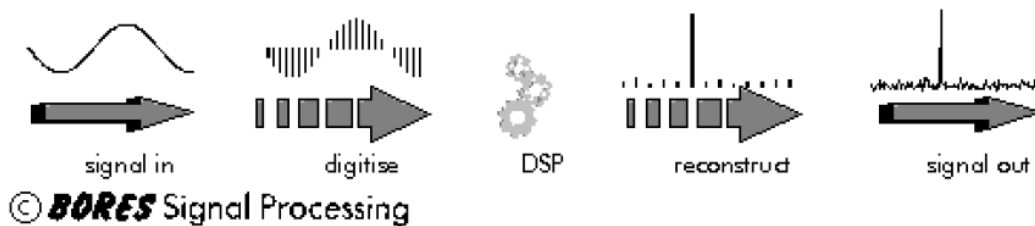
© 1998-2007 Bores Signal Processing (<http://www.bores.com/courses/intro>)  
Traducido al español por Pedro Colla (LU7DID/H)

La mayor parte de las aplicaciones DSP deben manipular señales analógicas, por lo cual la señal debe ser convertida primero en una forma digital<sup>(1)</sup>.

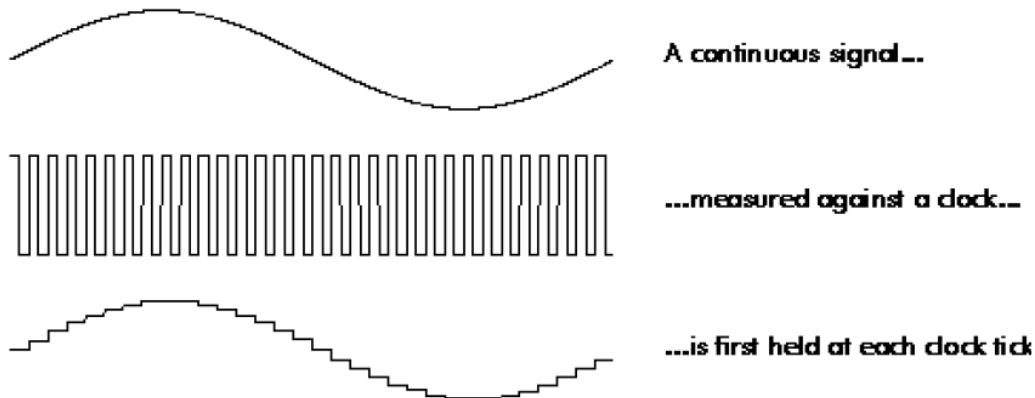
Por lo tanto una señal continua que está definida con precisión (supuesta) infinita es convertida en una señal que está representada digitalmente. Debido a ello algo de información se pierde en el proceso de conversión de analógica a digital debido a:

- Errores en la medición.
- Errores en el atiemppamiento.
- Errores debido a la duración de la medida.

Estos errores se llaman *errores de cuantificación* y serán analizados con más detalle luego.



La señal analógica debe ser mantenida estable mientras es muestreada, caso contrario esta puede variar durante la medición generando errores.



Solo luego que el valor de la señal es "mantenida" puede ser medida con precisión.

El proceso de muestreo resulta en un grupo discreto de valores (números) expresados digitalmente que representan las mediciones a intervalos definidos de tiempo.

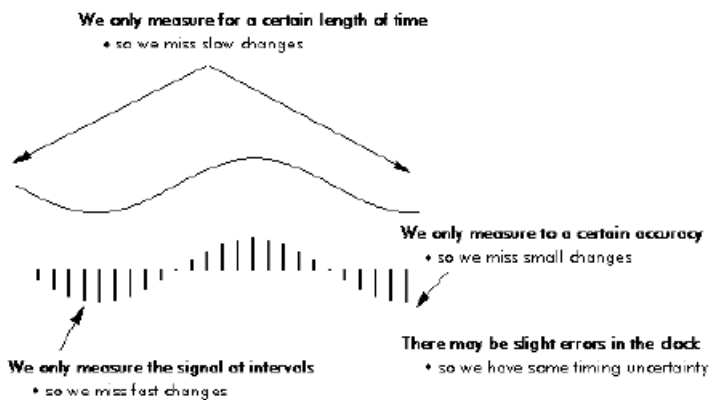
<sup>1</sup> NdT: En aplicaciones de SDR que involucre el uso de la placa de sonido de la PC todo este proceso es realizado en forma interna en la placa, esta explicación tiene por propósito el comprender conceptualmente como opera el proceso.

Nótese que el muestreo tiene lugar luego que la señal es “mantenida”, si la señal cambia durante el momento que es mantenida para su medición entonces algo de información es perdida.



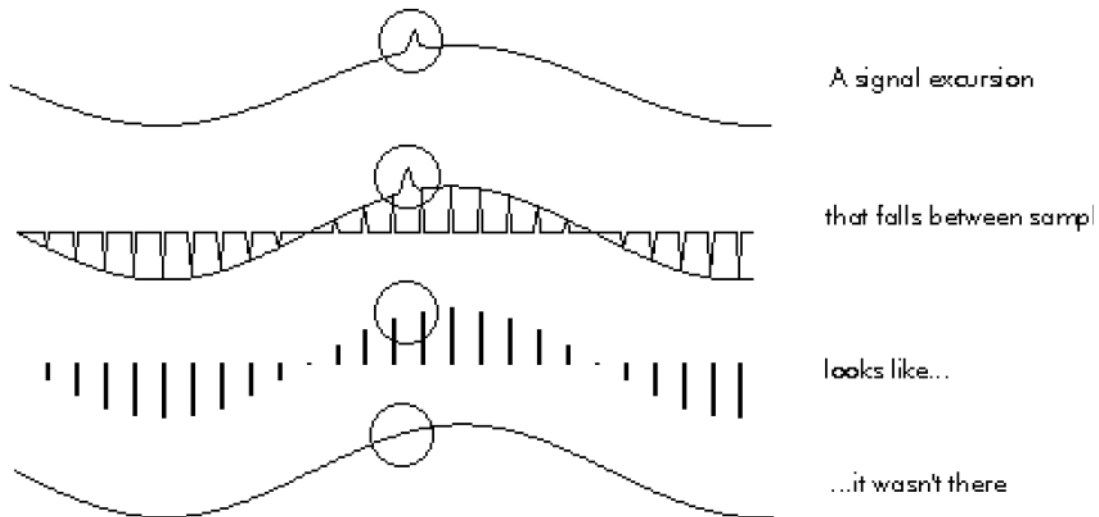
© **BORES** Signal Processing

En algunos casos quizás sepamos algo de la señal y por lo tanto aplicar ese conocimiento al proceso de reconstrucción.



© **BORES** Signal Processing

Por lo tanto solo tomamos muestras de la señal a intervalos y no sabemos que ocurre entre mediciones sucesivas. Un ejemplo crudo puede ser considerar un pequeño pico de señal que ocurre entre muestras adyacentes; no tenemos forma de saber que ese pico siquiera existió.

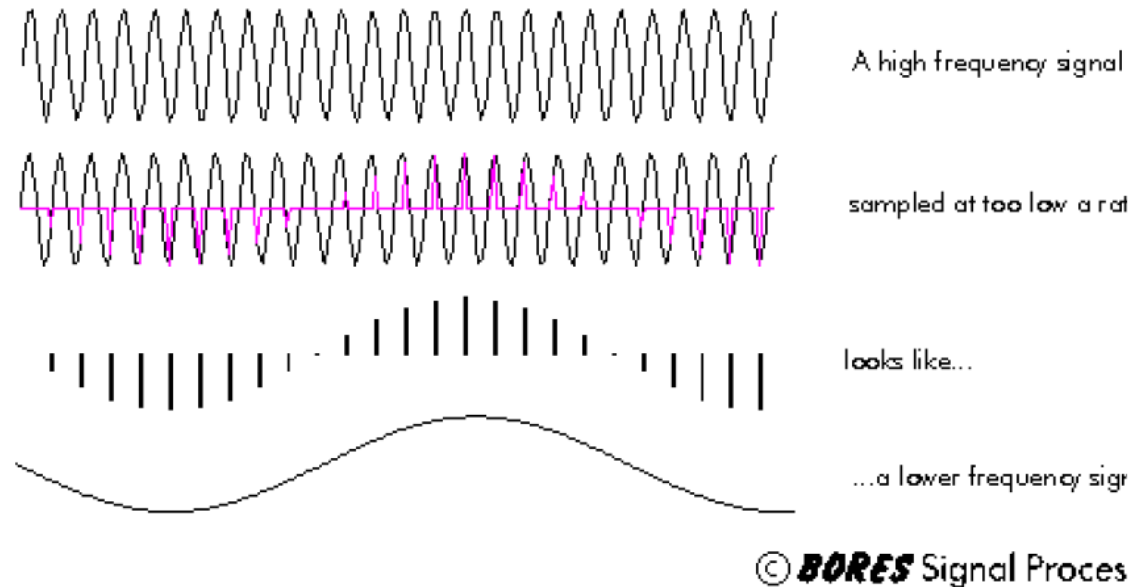


© **BORES** Signal Processing

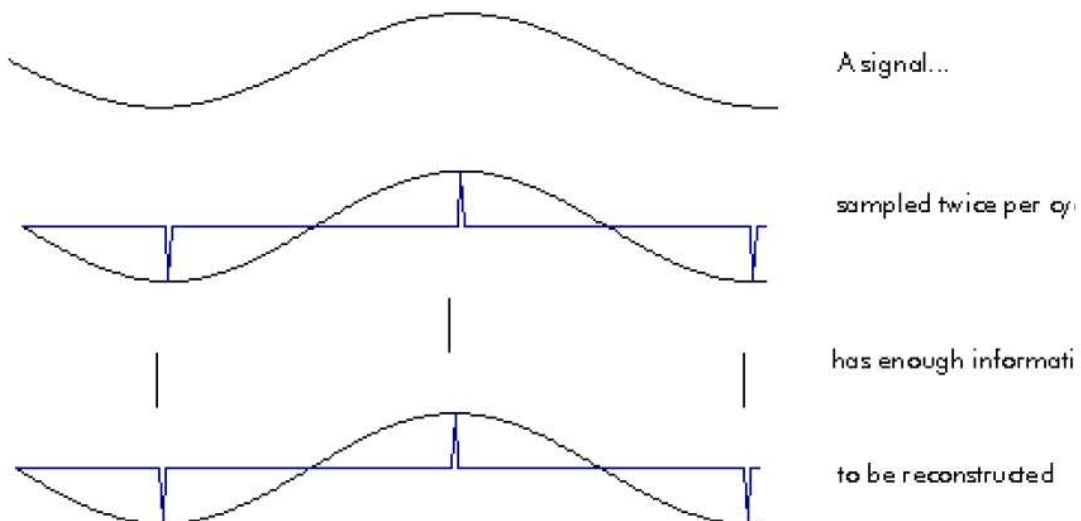
En otros casos menos obvios podemos tener componentes de la señal que están variando muy rápidamente de forma de tener la necesidad de seguir estos casos donde hay variaciones significativas entre muestreos.

La solución es muestrear a la suficiente velocidad para poder capturar la mayoría de los cambios en la señal; al final si no muestreamos con la suficiente velocidad no podremos seguir con la suficiente precisión los cambios más rápidos.

Cuando esto ocurre transiciones de frecuencia alta pueden ser (falsamente) interpretadas como de frecuencia menor.



En el diagrama la señal de alta frecuencia es muestreada aproximadamente dos veces por ciclo, en cada oportunidad ligeramente atrasada en el ciclo respecto de la anterior. Si trazamos una curva que conecte en forma suavizada las muestras aparece como que la señal tuviera una frecuencia menor. A este efecto se lo llama "**aliasing**" porque hace que una frecuencia aparezca como si fuera otra.



Nótese que es problema cuando hay aliasing es que no podemos decir que frecuencia es la que tenemos en realidad, en ocasiones podemos tener conocimiento "a priori" o realizar hipótesis sobre como la señal debería ser y eso ser suficiente para que podamos decir si el resultado que tenemos es correcto o no. Pero la mayor parte de las veces eso no será posible.

Queda por lo tanto el tratar de entender cual es la frecuencia óptima a la cual tomar las muestras de tal manera que se minimice el efecto de aliasing.

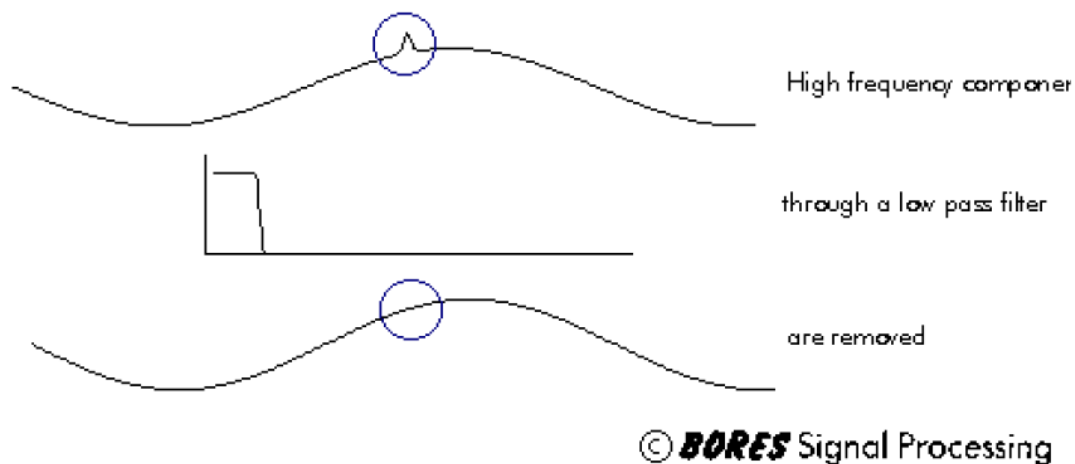
Nyquist formuló un teorema que dice que para distinguir correctamente todas las frecuencias de las señales componentes la frecuencia del muestreo debe ser de **al menos del doble de la mayor frecuencia de los componentes válidos de frecuencia de la señal**<sup>(2)</sup>.

En el diagrama anterior la mayor frecuencia de la señal es muestreada dos veces en cada ciclo, si trazamos las muestras la curva resultante luce similar a la original. No obstante para que esto ocurra las relaciones de fase deben ser perfectas!!.

Si en cambio hiciéramos la muestra dos veces por ciclo en los "nullos" de la señal el resultante sería cero (i!).

Por eso en la práctica debemos muestrear a mayor velocidad que la indicada por el Criterio de Nyquist.

Este criterio nos indica que para distinguir en forma clara entre señales que deseamos procesar y aquellas componentes de alta frecuencia indeseables es necesario filtrar la señal de entrada. Para prevenir el fenómeno de "aliasing" simplemente filtramos la señal de entrada antes del proceso de muestreo.



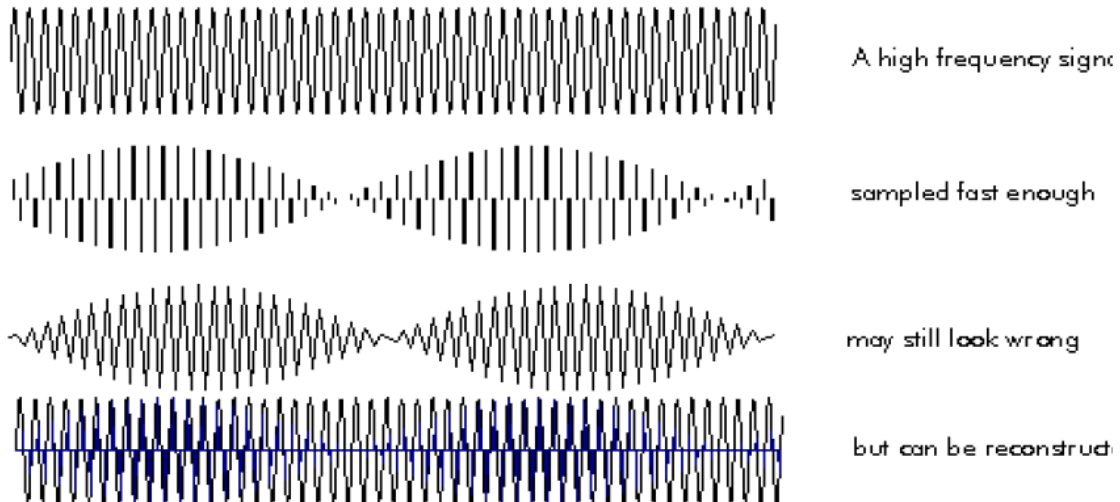
Nótese que los filtros "antialiasing" deben ser analógicos, es muy tarde tratar de resolver el problema una vez que ya se ha hecho el muestreo.

---

<sup>2</sup> NdT: Este resultado es a menudo llamado *Teorema de Nyquist* o *Criterio de Nyquist*, en la práctica expresa un límite inferior a la frecuencia de muestreo, por consideraciones de tipo práctica que se verán luego las frecuencias reales de muestreo deben ser un poco mayores que el doble de la máxima componente de frecuencia de la señal a muestrear.

Este método, a menudo llamado de "fuerza bruta", evita completamente el problema de aliasing pero a costa de remover componentes de información, una vez filtrados no podemos saber nada de ellos.

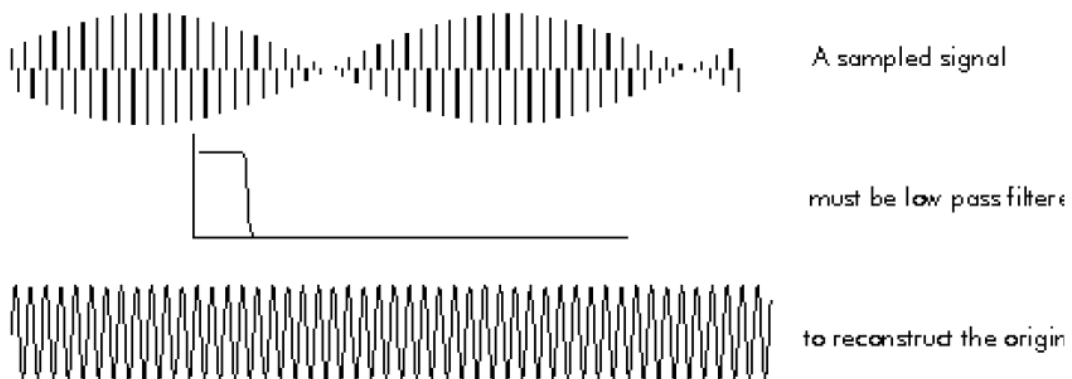
Aun cuando el criterio de Nyquist muestra que si tomamos las muestras al menos dos veces por ciclo de la señal de mayor frecuencia podremos reconstruir la señal; este criterio no nos dice que las muestras lucirán como la señal de entrada (i!).



© **BORES** Signal Processing

Si unimos los puntos muestreados con líneas no parece haber similitud entre la señal muestreada y la original; de hecho la señal muestreada parece haber sido modulada en amplitud por una señal de menor frecuencia.

Sin embargo, en contrario de lo que pasa cuando la señal está contaminada con "alias", existe suficiente información para reconstruir la señal original. De hecho basta someter a la misma a un filtro pasa bajos para que vuelva a aparecer la señal original.



© **BORES** Signal Processing

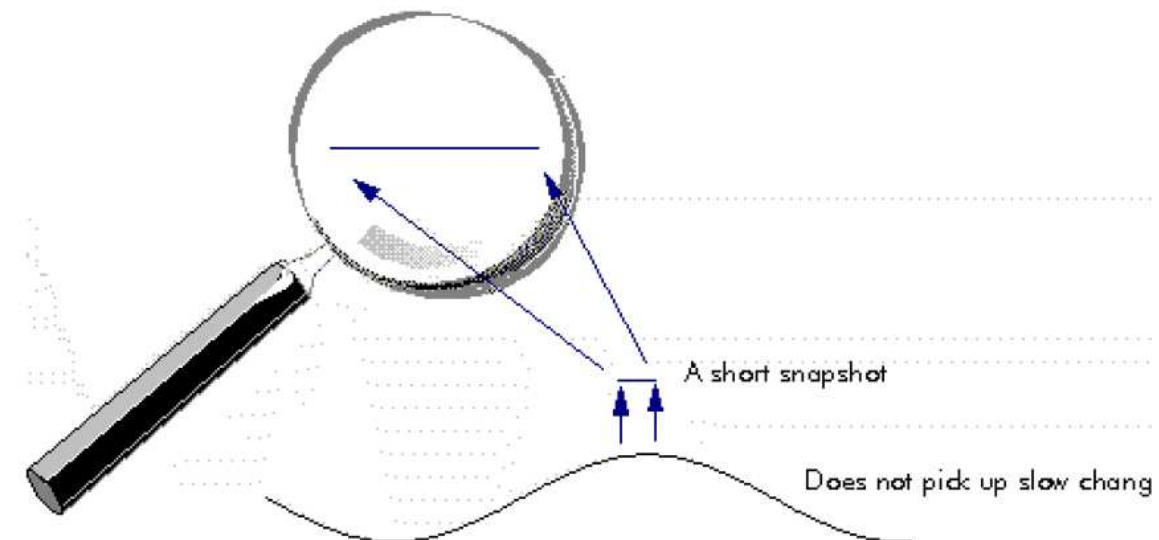
El filtro de reconstrucción interpola entre diferentes muestras para inducir una variación suave. Dependiendo de la respuesta al impulso del filtro la fidelidad de la forma reconstruida tendrá más o menos similitud con el original.

La respuesta al impulso del filtro de procesamiento final tendrá una forma clásica de  $\text{Sin}(x)/x$ .

Cada vez que una de las señales del tren de pulsos (muestras digitales) arriba al filtro tendremos una respuesta amortiguada que reconstruye la señal original. Si la señal contiene frecuencias muy cercanas a las dadas por el criterio de Nyquist el filtro deberá ser entonces "muy filoso" y por lo tanto crítico de construir; caso contrario no tendrá los elementos para "rellenar" la señal entre muestras. Esta es otra razón de índole práctica para que el la frecuencia de muestreo exceda el criterio de Nyquist de forma tal que el filtro sea menos exigente.

Hasta ahora nos preocupamos de que tan rápido hemos de muestrear la señal, también debemos realizar las muestras por determinado tiempo, caso contrario no veremos cambios lentos en la misma.

De hecho debemos muestrear por suficiente tiempo para capturar las bajas frecuencias, dicho de de otra forma la resolución de frecuencia. Debemos muestrear al menos un ciclo completo de la frecuencia más baja que queremos resolver.



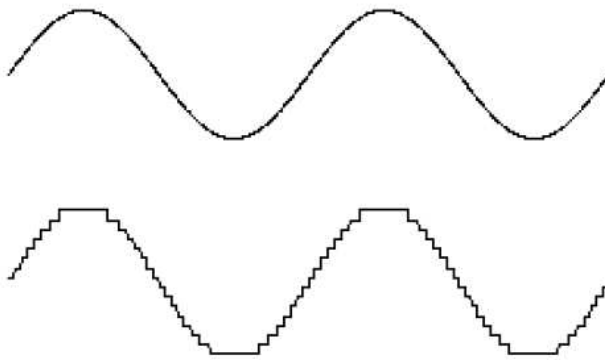
© **BORES** Signal Processing

Es claro que nos vemos forzados a enfrentar un compromiso. Debemos muestrear rápidamente para evitar aliasing. Pero debemos también realizar muestras por un tiempo significativo. Muchas muestras por mucho tiempo implicará mucho procesamiento y normalmente no tendremos tiempo para hacerlo. Debido a ello debemos alcanzar un compromiso entre conocer todos los componentes de la señal en baja y alta frecuencia al mismo tiempo.

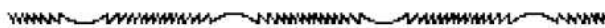
Cuando la señal es convertida a su forma digital la precisión está limitada por el número de bits utilizados. El diagrama muestra una señal analógica que es convertida a una representación digital donde una variación "suave" en la señal analógica es representada por una forma de onda que varía en "saltos".

Desafortunadamente los errores introducidos por la digitalización son al mismo tiempo alineales y dependientes de la señal.

Alineales significa que es complicado calcular sus efectos con matemáticas simples, dependientes de las señales significa que los errores son coherentes y no pueden ser eliminados por manipulación simple. Esto puede llevar a problemas de estabilidad, en particular en filtros de tipo IIR.



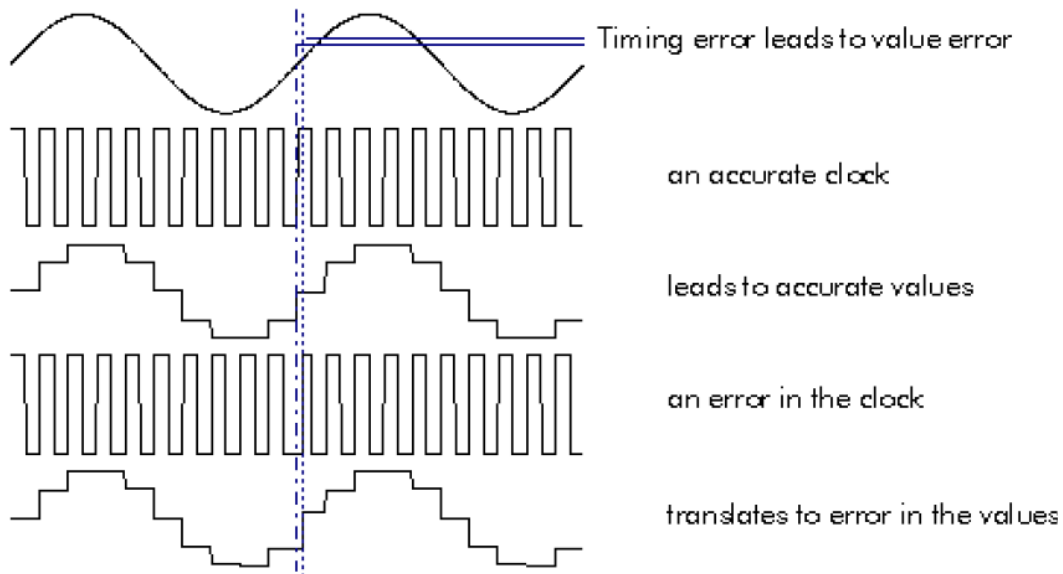
limited precision leads to errors



which are signal dependent

© **BORES** Signal Processing

El largo de la palabra (Word) utilizada para el procesamiento DSP determina la precisión disponible

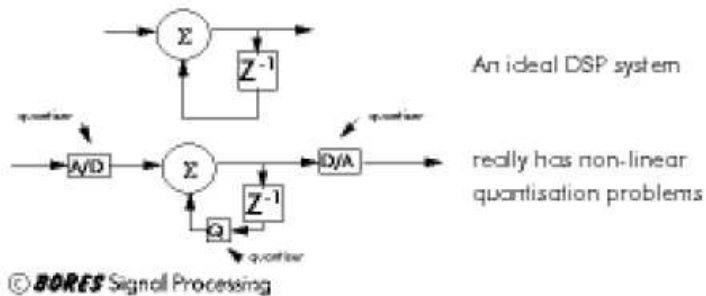


La incertidumbre en el atiemppamiento del clock lleva a errores en la señal muestreada.

El diagrama muestra una señal analógica que es sostenida en la pendiente creciente de la señal de clock; si la misma toma más tiempo que lo debido la señal será mantenida a los valores incorrectos. Lamentablemente estos errores son alineales y dependiente de las señales.

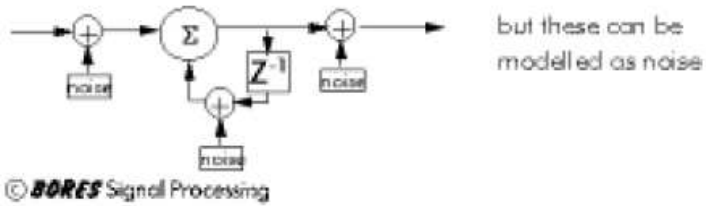
Un sistema real DSP sufrirá entonces de tres fuentes de error.

- Precisión limitada debido al largo de la palabra usada para convertir la señal.
- Errores en la aritmética debido a la precisión que puede manejar el procesador.
- Errores de precisión cuando las muestras son convertidas de nuevo a análogas.

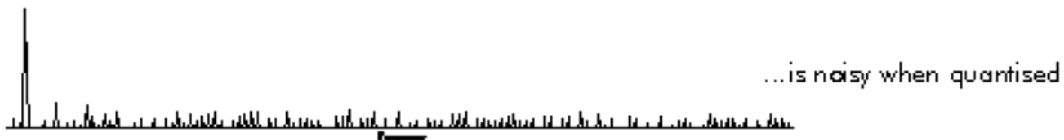


Estos errores llamados de "cuantificación", como se dijo, no lineales y dependientes de la señal. Lo primero implica que sus efectos no pueden ser calculados utilizando matemática convencional y lo segundo que estos efectos deben ser calculados por separado para cada tipo de señal.





Los errores de cuantificación son similares, y por lo tanto pueden ser modelados, como ruido blanco (random) y por lo tanto es útil usar esta aproximación para la evaluación de determinados circuitos, en particular de filtros.



© BORES Signal Processing

El diagrama muestra la señal original y el resultado en términos de ruido cuando se considera el error de cuantificación.

El efecto luce mayormente como ruido blanco de bajo nivel. La relación Señal-Ruido (S/N ratio) varía según el procesamiento digital se realice con aritmética de punto fijo (entera) o flotante.<sup>3</sup>

<sup>3</sup> NdT: La relación  $S/R \approx (6N + 1.7)$  dB donde N es el número de bits utilizado en la cuantificación eso implica que con una placa de 16 bits la  $S/R \approx 98$  dB, por lo que los efectos serán irrelevantes en la mayoría de los casos prácticos.