Метод моделирования проволочных антенн, покрытых слоем диэлектрика, с помощью пакета NEC

А.С. Юрков

февраль 2003г.

(Предварительная рабочая версия)

Введение

В настоящее время для моделирования антенн широко применяется пакет NEC. Данный пакет позволяет получать весьма точные решения электродинамических задач, возникающих при анализе работы различных типов антенн. Особо широкое распространение NEC получил при анализе очень важного для практики класса антенн - проволочных антенн. В данной работе под проволочной антенной понимается антенна, выполненная из цилиндрических проводников, длина которых много больше их диаметра.

Однако, в ряде случаев, по конструктивным соображениям, реальная антенна оказывается покрытой слоем диэлектрика. Кроме того, в последнее время, группой под руководством проф. В.П. Кисмерешкина разрабатывается класс антенн, основанных на применении линии Губо в качестве основного конструктивного элемента. Линия Губо это ни что иное, как длинный металический цилиндр, покрытый слоем диэлектрика. Таким образом, антенны, использующие линию Губо, в ряде случаев также являются проволочными антеннами покрытыми слоем диэлектрика в том смысле, что используется в данной работе.

Таким образом задача моделирования проволочных антенн, покрытых слоем диэлектрика оказывается актуальной. В данной работе показано, что для этого может использоваться получивший широкое распространение пакет NEC, при некоторой модификации представления входных данных, используемых далее антенным моделировщиком. Получены простые расчетные формулы, позволяющие осуществить такую модификацию входных данных.

Основы метода

Предлагаемый метод по сути основан на известном декомпозиционном подходе к задачам классической электродинамики. При этом оказывается существенным, что в NEC предусмотрена возможность включения в состав модели проволочной антенны так называемых нагрузок, то есть элементов, имеющих некий импеданс. Фактически, при построении NEC-модели небольшой участок проводника заменяется на цилиндрическую поверхность, имеющую заданный поверхностный импеданс, определяемый импедансом нагрузки.

Таким образом, с учетом возможности включения нагрузок, с помощью NEC оказывается фактически возможным моделировать любую антенну, представляющую из себя набор цилиндрических поверхностей с заданным импедансом. С хорошей точностью проводник, покрытый слоем диэлектрика можно представить как раз как такую импедансную поверхность, причем для поверхностного импеданса в важном для практики предельном случае получается крайне простая формула.

В этом и заключается декомпозиционный подход в данном случае. В диэлектрике, покрывающем антнну электродинамическая задача решается аналитически, а вне диэлектрика - с помощью пакета NEC. "Сращивание" этих двух решений осуществляется через величину поверхностного импеданса на поверхности диэлектрика.

Практически в рамках предлагаемого метода надо сделать следующее:

1. При создании NEC-модели за поверхность антенны принять не поверхность металической жилы, а поверхность диэлектрика. То есть диаметры проводов принять равным диаметру по изоляции.

2. В каждый сегмент антенны включить некий импеданс, опреде-

ляемый параметрами диэлектрика, его толщиной и диаметром провода внутри диэлектрика, а также длиной сегмента.

Формулы, позволяющие определить, какую нагрузку надо включить в каждый сегмент модели антенны, получены ниже.

Связь продольного электрического и магнитного полей на поверхностный цилиндрического проводника, покрытого слоем диэлектрика

Пусть имеется цилиндрический проводник радиусом r покрытый диэлектриком с относительной магнитной проницаемостью μ и относительной диэлектрической проницаемостью ϵ. Радиус наружней поверхности диэлектрика обозначим R, ось z полярной системы координат будем считать совпадающей с осью симметрии проводника, радиальную координату обозначим ρ. Так как в NEC все равно применяется приближение тонких проводников, задачу будем считать аксиально симметричной, полярный угол обозначим через ϕ.

Проводник будем считать бесконечно длинным, что избавит от задания граничных условий на концах проводника. На наружней поверхности диэлектрика считаем заданной функцией от z компоненту напряженности поля E_z. Само-собой разумеется, что на поверхности проводника $E_z = 0$ (проводник считается идеальным). В таком виде, с учетом предполагаемой аксиальной симметрии, внутренняя задача электродинамики (определение полей в диэлектрике) является полностью заданной и ее решение единственно.

Преобразуем все величины по Фурье по координате z. По существу это означает, что мы задаем на поверхности диэлектрика поле $E_z \sim e^{ikz}$, решаем задачу для такой функции $E_z(z)$ и далее представляем нужное нам решение как суперпозицию решений с зависимостью от z вида $\sim e^{ikz}$.

Но если зависимость от z имеет вид $\sim e^{ikz}$, то поперечные компонеты полей выражаются через продольные (в данном случае через E_z). Такая теорема хорошо известна в теории волноводов, но фактически при ее доказательстве ничего специфического для волноводов, кроме зависимости вида $\sim e^{ikz}$ от координаты z, не используется. Так что точно такие же соотношения как и в теории волноводов будут и для фурье-образов полей в общем случае.

Как хорошо известно, уравнения Максвелла сводятся к тому, что напряженности магнитного и электрического поля удовлетворяют уравнению Гельмгольца. В данном аксиально симметричном случае это приводит, в конечном итоге к представлению $E_z(k)$ в виде линейной комбинации функций Бесселя и Неймана нулевого порядка:

$$E_z(k,\rho) = C_1(k) J_0(\rho\sqrt{\epsilon\mu k_0^2 - k^2}) + C_2(k) N_0(\rho\sqrt{\epsilon\mu k_0^2 - k^2}) \qquad (1)$$

где k_0 - волновое число, соответствующее электромагнитной волне заданной частоты в свободном пространстве. Коэффициенты $C_1(k)$ и $C_2(k)$ не являются независимыми. Их соотношение определяется граничными условиями на поверхности проводника:

$$E_z(k,\rho)\big|_{\rho=r} = 0$$

Окончательно эти коэффициенты определяются из того, что $E_z(k,\rho)$ при $\rho = R$ должно быть заданной функцией (фурье-образ заданного тангенциального электрического поля на поверхности диэлектрика).

Далее, путем дифференцирования по ρ, можно выразить фурье-образ наряженности магнитного поля через фурье-образ продольной компоненты электрического поля и, в конечном итоге, выразить тангенциальную компоненту магнитного поля на поверхности диэлектрика. Соотношение между тангенциальными компонентами электрического и магнитного поля на поверхности диэлектрика и даст искомый поверхностный импеданс провода, покрытого диэлектриком.

В общем случае этот поверхностный импеданс будет неким линейным оператором, но в некоторых физически осмысленных предельных случаях этот оператор вырождается в оператор умножения на число. Это и будет искомый численный поверхностный имеданс.

Здесь, однако, мы не будем приводить все эти достаточно длинные, но принципиально несложные выкладки, предаставив интересующимуся читателю проделать их самостоятельно. Вместо этого мы сразу в (1) перейдем к важному, обычно встречающемуся на практике, предельному случаю $r, R << \lambda$, где λ - длина волны в свободном пространстве.

В этом предельном случае $J_0 = const$ а функция Неймана N_0 асимтотически выражается через натуральный логарифм. Это позволяет записать для $r, R << \lambda$ простое выражение:

$$E_z(k,\rho) = C_3(k) + C_4(k)\ln(\rho\sqrt{\epsilon\mu k_0^2 - k^2})$$

которое после применения граничных условий при $\rho = r$ и $\rho = R$ дает выражение для продольного электрического поля E_z внутри диэлектрика через поле на поверхности диэлектрика:

$$E_z(k,\rho) = \left. E_z(k,\rho)\right|_{\rho=R} \frac{\ln(\frac{\rho}{r})}{\ln(\frac{R}{r})} \tag{2}$$

Очевидно, что обратное преобразование Фурье не меняет вида этого выражения. Только заменяется аргумент k на аргумент z.

Полученное уравнение (2) позволяет найти фурье-образ напряженности магнитного поля. В данном случае имеется единственная компонента магнитного поля H_ϕ, которая определяется выражением, связывающем поперечные компоненты с продольными, для случая $H_z = 0$ [Никольский]:

$$\mathbf{H}_t = \frac{i\omega\epsilon\epsilon_0}{\epsilon\mu k_0^2 - k^2} rot_\perp \mathbf{E}_z$$

Здесь $rot_\perp$ - поперечная часть ротора, которая в данном случае получается из обычного выражения ротора в цилиндрических координатах путем "выкидывания" частной производной по z. При отсутствии зависимости от полярного угла поперечный ротор сводится к обычной частной производной по ρ (с минусом). Вычисляя производную получим:

$$H_\phi = - \left. E_z(k,\rho)\right|_{\rho=R} \frac{i\omega\epsilon\epsilon_0}{\epsilon\mu k_0^2 - k^2} \frac{1}{\rho\ln(\frac{R}{r})} \tag{3}$$

Полагая $\rho = R$, а также учитывая, что $k_0^2 = \epsilon_0\mu_0\omega^2$, после некоторых преобразований получаем связь фурье-образов магнитного и электрического поля на наружней поверхности диэлектрика:

$$E_z(k) = [i\omega\mu\mu_0(1 - \frac{k^2}{k_0^2\epsilon\mu})R\ln(\frac{R}{r})]H_\phi(k) \tag{4}$$

Здесь и далее радиальный аргумент полей опущен, так как далее рассматриваются только поля на поверхности диэлектрика.

Выражение в квадратных скобках в (4) это по существу поверхностный импеданс провода, покрытого диэлектриком, в k-представлении (для фурье-образов полей). Существенно, что этот поверхностный импеданс оказывается зависимым от k. Следствием такой k-зависимости является то, что при переходе к z-представлению (обратное преобразование Фурье), связь между E_z и H_ϕ окажется нелокальной (пространственная дисперсия) и будет даваться формулой:

$$E_z(z) = i\omega\mu\mu_0 R \ln(\frac{R}{r})[H_\phi(z) + \frac{1}{k_0^2\epsilon\mu}\ \frac{\partial^2 H_\phi(z)}{\partial z^2}] \tag{5}$$

Обобщая понятие поверхностного импеданса, можно сказать, что в данном случае поверхностный импеданс является линейным дифференциальным оператором второго порядка. Однако, как показано далее, применительно к моделированию проводочных антенн можно и в этом случае приближенно ввести обычный численный поверхностный импеданс, основываясь на специфическом распределении полей по длине провода антенны.

Распределенная по проводу индуктивность, моделирующая наличие диэлектрика

Формула (5) не может быть непосредственно использована при моделировании антенн с помощью пакета NEC, так как в нем не предусмотрены нагрузки, обеспечивающие нелокальную связь тангенциальных компонент полей на поверхности антенны. Непосредственное применение применение этой формулы требует изменения алгоритма работы антенного моделировщика.

Однако, хорошо известно (см., например, [Марков, Сазонов]), что ток распределен по длине провода практически любой проволочной антенны по закону, крайне близкому к синусу $I(z) \sim \sin[(k_0/\xi)z]$, где близкую к единице величину ξ обычно называют коэффициентом укорочения. По теореме о циркуляции вектора магнитного поля, точно по такому же закону будет распределена и напряженность магнитного поля H_ϕ на поверхности диэлектрика.

Этот факт позволяет приближенно заменить вторую производную в (5) на множитель $-(k_0^2/\xi^2)$, сократить k_0^2 и получить чисто локальную связь между напряженностью магнитного и электрического поля на поверхности диэлектрического покрытия провода:

$$E_z = Z\ H_\phi$$

где поверхностный имеданс Z определяется следующим образом:

$$Z = i\omega\mu\mu_0(1 - \frac{1}{\xi^2\epsilon\mu})R\ln(\frac{R}{r}) \tag{6}$$

Из формулы (6) видно, что поверхностный импеданс провода с диэлектрическим покрытием имеет индуктивный характер. Поэтому наличие диэлектрика можно промоделировать дополнительной распределенной по проводу индуктивностью, что легко сделать при использовании пакета NEC.

Еще раз подчеркнем, что за диаметр такого провода с распределенной индуктивностью, моделирующего провод в изоляции, необходимо принять диаметр реального провода по изоляции. Это следует из того, что формула (6) определяет поверхностный импеданс именно на поверхности изоляции.

На основе (6) легко определить величину этой дополнительной распределенной индуктивности, моделирующей наличие диэлектрика. Для этого рассмотрим небольшой участок провода с распределенной индуктивностью длиной l.

Очевидно, что напряжение на этой индуктивности связано с напряженностью электрического поля $U = E_z l$ а ток, по теореме о циркуляции, связан, в свою очередь с напряженностью магнитного поля $I = H_\phi(2\pi R)$. Выражая наряжение через ток и индуктивность, находим поверхностный импеданс участка провода с индуктивностью и приравнивая его к импедансу, соответствующему формуле (6), после элементарных преобразований получаем требуемое выражение:

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}(1 - \frac{1}{\xi^2\epsilon\mu})\ln(\frac{R}{r}) \tag{7}$$

Формула (7) по существу решает поставленную задачу моделирования проволочной антенны с диэлектрическим покрытием. Однако здесь необходимо сделать некоторые замечания.

В (7) входит параметр ξ. Строго говоря, это параметр можно определить только после моделирования антенны NEC-ом. Но он, в свою очередь, для этого моделирования и нужен! Разорвать этот "порочный круг" можно решая задачу итерациями. Для этого необходимо задать начальное приближение для ξ (в нулевом приближении можно взять $\xi = 1$), найти моделирующую индуктивность, промоделировать антенну NEC-ом, по результатам моделирования получить новое значение ξ и так повторять процесс, пока ξ не перестанет существенно меняться.

Но реально, для практики, как показало моделирование типичных антенн, в этих итерациях обычно нет необходимости. Практически любой реальный диэлектрик имеет ϵ никак не менее 2. При этом даже нулевое приближение $\xi = 1$ уже дает вполне приемлимую точность вычислений.

Заключение

Таким образом, в данной работе показано, что широко распространенный пакет NEC вполне может быть применен для моделирования проволочных антенн, имеющих диэлектрическое покрытие. Учет этого покрытия может быть произведен путем увеличения диаметра проводов до диаметра диэлектрического покрытия и одновременного включения на изолированных участках дополнительной распределенной индуктивности, описывающей отличие изолированного провода от проводника с диаметром равным диаметру реального проводника с изоляцией.

Строго говоря, при этом требуются итерации для нахождения коэффициента укорочения. Однако, в подавляющем большинстве практически важных случаев, в этих итерациях фактически нет необходимости, можно ограничиться расчетом дополнительной моделирующей индуктивности в нулевом приближении, при коэффициенте укорочения, равном единице.

Автор благодарит Д.К. Федорова за полезные дискуссии, способствовавшие данной работе.